文章编号:1006-9941(2009)02-0152-05

Neyer D-最优化法感度试验的计算机模拟

周利东[1], 温玉全[1], 汪佩兰[1], 王军波[2]
(1. 北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081;
2. 中国人民解放军 63961 部队, 北京 100012)

摘要:为了研究 Neyer D-最优化感度试验方法的参数估计特性及其影响因素,通过计算机模拟方法研究了参数的初始估计和样本量对感度分布参数估计精度的影响。结果表明: 期望估计是无偏的,标准差估计约 2/3 偏小, 1/3偏大,参数的初始估计对参数估计的结果影响不大,样本量在 18 发以上就能得到期望的较好估计值。

关键词:系统工程; Neyer D-最优化法; 感度试验; 计算机模拟
中图分类号:TJ4; O212.3 **文献标识码**:A **DOI**: 10.3969/j.issn.1006-9941.2009.02.006

1 引 言

感度试验用来确定产品感度分布的模型和参数,用于估计产品在工作刺激量下的发火可靠度,或估计在某一发火可靠度下的刺激量上限,目前主要的感度试验方法有升降法、兰利法、步进法和 OSTR 法等[1]。升降法操作简单,但当样本量较小时,它的参数估计效果依赖于初始值和步长的恰当选择[2]; 兰利法虽然克服了升降法的上述缺点,但没有成熟的计算标准误差的方法; 步进法一般需要用 8 个以上的刺激量作试验,且每个刺激量下试验样本量至少 25 发,才能得到比较好的参数估计值,因此需要的样本量太大。1989 年 Neyer[3] 根据 D-最优化设计理论,提出了 Neyer D-最优化感度试验方法,把试验的安排、数据的处理、似然函数方程以及下一个刺激量的选择统一考虑,使得在每个刺激量上获得的数据含有最大的信息,减少了试验次数。1994 年 Neyer 把 Neyer D-最优化法的参数估计效率与升降法、兰利法和概率单位法等传统的感度试验方法做了对比模拟研究[4],认为在不同的试验方案下,Neyer D-最优化法能够得到比其他试验更好的标准差的估计; 当参数的初始估计值接近真值时,该方法确定期望的效果比其他方法差一些; 但是当参数的初始估计和真值相差很大时,该方法比其他方法更有效。文献[5]对 Neyer D-最优化法在炸药感度试验中的应用进行了研究,而针对该方法的参数估计特性及其影响因素的研究还很少。本文通过计算机蒙特卡洛法模拟 Neyer D-最优化法,以了解试验方案对感度分布参数估计的影响,从而加深对该方法参数估计特性的认识,为其在火工品可靠性评估中的应用提供理论基础。

收稿日期:2008-10-09;**修回日期**:2008-12-30
基金项目:国家部委预研项目(51305010303)
作者简介:周利东(1979 -),男,在读博士研究生,主要从事爆燃产品可靠性的研究。
通讯联系人:温玉全(1965 -),男,副教授。e-mail: wyquan@bit.edu.cn

2 Neyer D-最优化法及其计算机模拟

2.1 Neyer D-最优化法感度试验原理

Neyer D-最优化法主要特点是用到了 Fisher 信息矩阵,利用前面样本的试验结果,寻找一个使 Fisher 信息量最大化的值,作为下一次试验的刺激量。

首先根据经验给出感度分布期望 μ 的初始估计(μ_{min}和 μ_{max})和标准差 σ 的初始估计(σ_{guess}),以及试验样本量 n。试验过程为如下三部分(流程如图 1)。

第一部分: 利用不断改进的二分法逼近期望真值。直到至少得到一次响应和不响应的结果,并且最小响应值和最大不响应值的差值(记为: Diff)比标准差初始估计值小。

第二部分: 取得唯一的极大似然估计值。当出现数据混合区,即 Diff < 0 时,可以利用极大似然函数得到参数 μ 和 σ 的唯一估计值[6]。然后结合前面的实验数据,通过计算得到使 Fisher 信息量[7]最大的刺激量水平作为下一个试验水平。

第三部分: 对所得极大似然估计值进行不断的修正。

2.2 Neyer D-最优化法感度试验计算机模拟试验步骤

(1) 第 i 次模拟,输入期望估计下限 μ_{min},上限 μ_{max}和标准差初估计 σ_{guess};

(2) 产生下一个试验刺激量 x_j(流程如图 1);

(3) 由计算机产生服从正态分布的随机数 x_c,作为临界刺激量;

（4）比较所得两个刺激量的大小，当 $x_c \leqslant x_j$ 表示响应，当 $x_c > x_j$ 表示不响应，记录结果；

（5）$j = j + 1$，并判断 j 是否达到规定的试验样本量 n，若没有，返回（2），否者利用前面的试验数据计算参数的极大似然估计 $\hat{\mu}_i$，$\hat{\sigma}_i$；

（6）$i = i + 1$，并判断 i 是否达到规定的模拟次数 N，若没有，返回（1），否则（7）；

（7）数据统计，求 N 次参数估计的均值以及平均均方差。

应用 Matlab 编程软件编制计算机模拟程序，模拟时分别改变样本量、期望和标准差的初始估计，研究在不同试验方案下的参数估计均值与精度的变化，以下是需要统计计算的结果及其计算公式。

期望估计的均值：$E(\hat{\mu}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\hat{\mu}_i$

标准差估计的均值：$E(\hat{\sigma}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\hat{\sigma}_i$

期望估计的平均平方误差：

$$MSE(\hat{\mu}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\hat{\mu}_i - \mu)^2$$

期望估计的精度：$\sqrt{MSE(\hat{\mu})}$

标准差估计的平均平方误差：

$$MSE(\hat{\sigma}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\hat{\sigma}_i - \sigma)^2$$

标准差估计的精度：$\sqrt{MSE(\hat{\sigma})}$

另外，TBTR($\hat{\mu}$)和 TBTR($\hat{\sigma}$)分别表示所完成的 5000 次模拟中得到的期望和标准差估计比各自真值大的次数。TNLE1 和 TNLE2 分别表示要成功完成 5000 次模拟在应用信息矩阵和二分法求下一个刺激量时产生小于等于零的刺激量的次数。所谓失败是指一次模拟试验完成仍然没有出现数据混合区（即最小响应值小于最大不响应值），“失败数”则指要完成规定模拟次数发生的没有出现数据混合区的次数，在表中用 TF 表示。失败或出现小于等于零的值时，本次模拟停止，不纪录其数据。

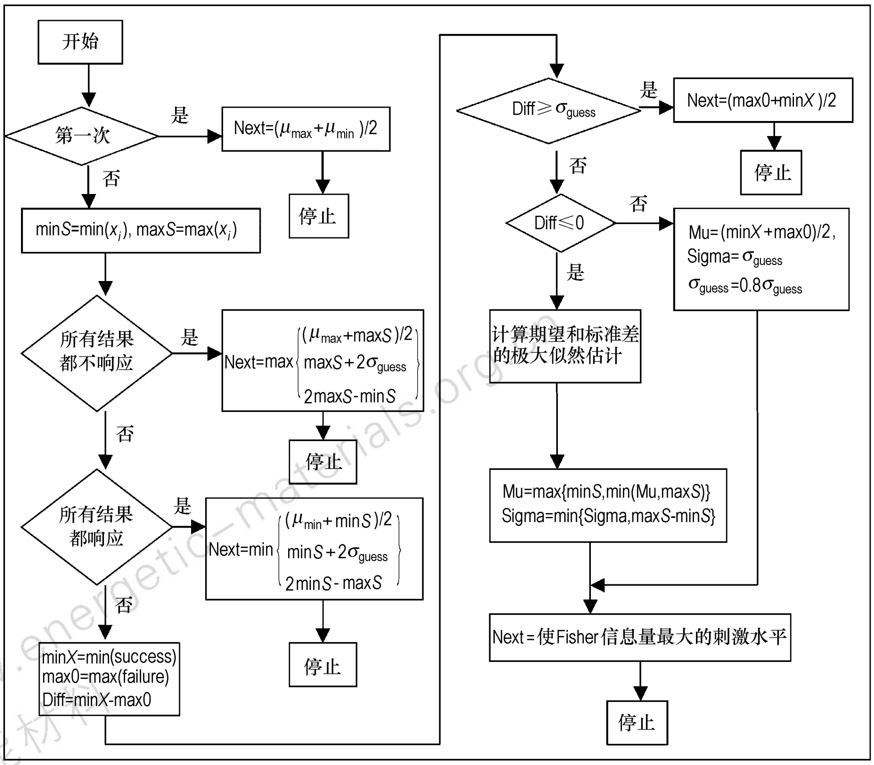


图 1　Neyer D-最优化法产生下一个刺激量的流程图

Fig. 1　Flow chart showing algorithm by Neyer D-optimal senstivity test

3　模拟结果的比较分析

3.1　试验验证参数估计与感度分布的关系

计算机模拟试验是在假定产品的感度服从某种特定分布下进行的，为了确定感度分布参数真值对参数估计结果是否有影响，通过计算机模拟试验研究比较了不同感度分布模型下的参数估计特性。设感度分布分别是 $N(5,1)$ 和 $N(10,1)$，期望初始估计分别是 $\mu_{min} = 4$，$\mu_{max} = 6$ 和 $\mu_{min} = 8$，$\mu_{max} = 12$。首先固定试验

样本量 $n=30$,比较了两种分布的参数估计结果随标准差初估计变化的情况,结果见表 1。

由于样本量对感度分布参数估计结果影响很大,因此还研究了在不同样试验样本量下,得到的两种分布的参数估计结果。其中标准差初估计均取其真值,期望的初始估计同表 1,模拟试验数据见表 2。

分析表 1 和表 2 的数据可以得出:在试验方案相同时,不同的分布可以得到大致相同的参数估计精度和均值,两者的相对偏差仅为 0.28% ~2.75%(期望)和 0.18% ~1.73%(标准差);在样本量相同时,参数估计精度并没有因为分布的不同而有很大的差别,随着样本量的增加估计精度一致性提高。

由此可以得出,在特定的分布下进行计算机模拟试验是具有代表性的,参数估计的结果仅取决于试验方案。以下所有的 Neyer D-最优化法感度试验模拟都是在假设感度服从正态分布 $N(5,1)$ 下进行的。

表 1 标准差初估计对两种分布下参数估计结果的影响

Table 1 Effect of σ_{guess} on the parameter estimation of the two distributions

	distribution	σ_{guess}								
		0.1	0.2	0.4	0.6	1	1.4	1.6	2	4
$E(\hat{\mu})$	$N(5,1)$	5.0044	5.0009	5.0067	5.0036	4.997	5.0041	5.0083	5.0046	5.091
	$N(10,1)$	9.999	9.9984	10	9.9877	10.002	10.005	10.008	10.007	9.998
$\sqrt{MSE(\hat{\mu})}$	$N(5,1)$	0.2622	0.2673	0.2752	0.2820	0.2868	0.2922	0.2905	0.2943	0.3186
	$N(10,1)$	0.2694	0.2717	0.2720	0.2854	0.2846	0.2913	0.2943	0.2974	0.3175
$E(\hat{\sigma})$	$N(5,1)$	0.7943	0.8359	0.8635	0.8755	0.8745	0.8672	0.8638	0.8521	0.8555
	$N(10,1)$	0.8099	0.8398	0.8603	0.8675	0.8814	0.8728	0.8800	0.8731	0.8578
$\sqrt{MSE(\hat{\sigma})}$	$N(5,1)$	0.4345	0.3964	0.3619	0.3437	0.3313	0.3355	0.3368	0.3426	0.3603
	$N(10,1)$	0.4269	0.3872	0.3572	0.3454	0.3324	0.3324	0.3353	0.342	0.3588

表 2 样本量对两种分布下参数估计结果的影响

Table 2 Effect of the sample size on the parameter estimation of the two distributions

n	$E(\hat{\mu})$	$\sqrt{MSE(\hat{\mu})}$	$E(\hat{\sigma})$	$\sqrt{MSE(\hat{\sigma})}$	n	$E(\hat{\mu})$	$\sqrt{MSE(\hat{\mu})}$	$E(\hat{\sigma})$	$\sqrt{MSE(\hat{\sigma})}$	distribution
15	5.0035	0.4019	0.7870	0.4559	40	5.0051	0.2479	0.90567	0.2771	N(5,1)
	10.007	0.4122	0.7929	0.4674		10.002	0.2440	0.91703	0.2739	N(10,1)
20	5.0041	0.3481	0.8214	0.4163	45	5.0151	0.2337	0.9156	0.2590	N(5,1)
	10.004	0.3503	0.8204	0.4190		10.006	0.2371	0.92819	0.2575	N(10,1)
25	5.0057	0.3120	0.8498	0.3697	50	5.0047	0.224	0.93635	0.2374	N(5,1)
	10.014	0.3134	0.8579	0.3689		9.9989	0.220	0.92892	0.2394	N(10,1)
30	4.997	0.2868	0.8744	0.3312	55	5.0022	0.2154	0.9403	0.2191	N(5,1)
	9.9969	0.2866	0.8838	0.3283		10.004	0.2078	0.94326	0.2292	N(10,1)
35	5.0213	0.2674	0.9073	0.3174	60	5.0029	0.2061	0.94671	0.2124	N(5,1)
	10.003	0.2643	0.89943	0.30568		10.006	0.2008	0.94941	0.2165	N(10,1)

3.2 期望初始估计对参数估计结果的影响

固定样本量 30,标准差的初估计 $\sigma_{\mathrm{guess}}=1$,期望初始估计分别取① 偏小,$\mu_{\min}=2$,$\mu_{\max}=5$;② 适中,$\mu_{\min}=4$,$\mu_{\max}=6$;③ 适中,$\mu_{\min}=1$,$\mu_{\max}=9$;④ 偏大,$\mu_{\min}=6$,$\mu_{\max}=10$;⑤ 偏大,$\mu_{\min}=8$,$\mu_{\max}=12$;⑥ 偏大,$\mu_{\min}=10$,$\mu_{\max}=20$。

从表 3 数据可以得出,期望的初始估计取值对参数估计结果影响不大。因此在试验时,原则上期望的初始估计可以任意取值。但是当期望初始估计太大时,容易使下一个试验刺激量为负值,使试验无法进行。这是由于期望的初始估计太大时,在试验初期使用二分法求得的下一个刺激量会很大,这时就会连续出现多个响应的刺激量,再使用上述法则求下一个刺激量时(见图 1),就会产生负刺激量。所以使用 Neyer D-最优化法时应该尽量选择较小的期望初始估计值,以保证试验的成功率。

3.3 样本量对参数估计结果的影响

为了使研究结果更具代表性,在期望初始估计和标准差的初估计都很差的情况下,研究了样本量对参数估计结果的影响。试验方案:$\mu_{\min}=0.6$,$\mu_{\max}=1.4$,$\sigma_{\mathrm{guess}}=0.1$。

表 3　期望的初估计对估计的影响

Table 3　Effect of the initial guesses of the mean on the parameter estimation

μ_{min},μ_{max}	$E(\hat{\mu})$	$\sqrt{MSE(\hat{\mu})}$	$E(\hat{\sigma})$	$\sqrt{MSE(\hat{\sigma})}$	$TBTR(\hat{\mu})$	$TBTR(\hat{\sigma})$	$TNLE$	$TNLE2$
2,5	5.0073	0.28191	0.87572	0.32983	2534	1623	52	0
4,6	5.0036	0.2857	0.86875	0.32916	2548	1592	14	0
1,9	5.0059	0.27793	0.88748	0.33115	2531	1589	31	0
8,12	5.0149	0.29961	0.85116	0.35598	2610	1570	15	5
6,10	5.018	0.27617	0.84203	0.33898	2653	1449	98	772
10,20	5.072	0.30398	0.85302	0.35535	3015	1506	39	5030

表 4　样本量对估计的影响

Table 4　Effect of the sample size on the parameter estimation

n	$E(\hat{\mu})$	$\sqrt{MSE(\hat{\mu})}$	$E(\hat{\sigma})$	$\sqrt{MSE(\hat{\sigma})}$	$TBTR(\hat{\mu})$	$TBTR(\hat{\sigma})$	TF
15	5.064	0.59325	0.3743	0.74962	2629	365	1096
16	5.0353	0.50909	0.42232	0.72032	2630	554	476
18	5.0231	0.43406	0.47457	0.66901	2511	585	228
20	5.0184	0.39918	0.54054	0.6309	2589	773	50
25	5.0094	0.32443	0.66409	0.53557	2572	1071	2
30	5.0064	0.3001	0.76125	0.45319	2551	1300	0
35	4.9976	0.2695	0.80786	0.39436	2458	1412	0
40	5.0083	0.25174	0.84562	0.35261	2589	1525	0
45	5.0011	0.23578	0.87956	0.31163	2527	1654	0
50	5.0001	0.22442	0.90186	0.28814	2498	1758	0
55	4.9967	0.21030	0.90752	0.26229	2471	1766	0
60	5.0029	0.20495	0.92507	0.24541	2506	1830	0

从表 4 可以看出，在不同的样本量下，期望估计的均值 $E(\hat{\mu})$ 非常接近真值，期望估计的精度随样本量的增加逐渐提高；样本量 n 对标准差估计影响很大，随着样本量的增加，标准差估计的均值 $E(\hat{\sigma})$ 越接近真值，且标准差的估计精度逐步提高。另外，从表 4 中还可以得出，当试验样本量太少时，出现的试验失败次数比较多。造成失败的原因是初始估计太差时，应用二分法使得刺激量达到期望附近需要较多的样本量，当样本量大于 18 时失败次数明显减少。

3.4　标准差初始估计对参数估计结果的影响

取试验样本量为 30，研究了标准差的初始估计对试验结果的影响。选取期望的初始估计为 $\mu_{min}=2$，$\mu_{max}=5$。

分析表 5 数据得出：σ_{guess} 对期望估计影响不大，随着 σ_{guess} 的增大，期望估计精度有降低的趋势；σ_{guess} 对标准差的估计影响不大，但是为了得到比较好的标准差估计，σ_{guess} 不宜取值太小。

表 5　标准差的初始估计对估计的影响

Table 5　Effect of σ_{guess} on the parameter estimation

σ_{guess}	$E(\hat{\mu})$	$\sqrt{MSE(\hat{\mu})}$	$E(\hat{\sigma})$	$\sqrt{MSE(\hat{\sigma})}$	$TBTR(\hat{\mu})$	$TBTR(\hat{\sigma})$	$TNLE$	$TNLE2$
0.1	5.0084	0.27656	0.82502	0.42506	2506	1464	3	0
0.2	5.017	0.27497	0.83931	0.3741	2533	1491	0	0
0.5	5.0042	0.27932	0.88654	0.34054	2536	1653	8	0
0.8	5.0019	0.28248	0.87321	0.33207	2515	1633	19	0
1	5.0073	0.28191	0.87572	0.32983	2534	1622	53	0
1.2	5.0088	0.2807	0.85988	0.33615	2583	1554	23	0
1.4	5.0052	0.29158	0.8727	0.33533	2506	1667	31	0
1.6	5.0105	0.28581	0.88122	0.3301	2576	1675	12	0

4　结　论

（1）期望的初始估计对参数估计的结果影响不大，但是当期望的初始估计太大时，容易使下一个试验刺激量为负值，因此应该尽量选择较大的期望初始估

计值,以保证试验的成功率;标准差的初始估计对各个参数估计的影响也不大,尽管较小的标准差的初始估计能够得到较好的期望估计值,但是为了保证标准差的估计精度,标准差的初始估计不宜取值太小。

(2)期望估计是无偏的,对试验方案不敏感,当样本量大于 18 时不仅能保证较高的试验成功率,而且能得到比较好的期望的估计值,与其它感度试验方法相比,该方法更适用于对没有先验信息的产品进行感度试验。

(3)标准差的估计是系统偏小,有约 2/3 偏小,1/3 偏大,随着样本量的增加,标准差的估计精度逐步提高,针对标准差的估计系统偏小的问题,应该进行纠偏处理。

参考文献:

[1] 刘宝光. 敏感性数据分析与可靠性评定[M]. 北京: 国防工业出版社,1995: 63 - 67.

[2] 严楠,蔡瑞娇,田玉斌. 计算机模拟升降法试验的研究[J]. 爆炸与冲击,1998,18(4): 358 - 364.
YAN Nan,CAI Rui-jiao,TIAN Yu-bin. Study on computer simulation of Bruceton procedure experiment[J]. *Explosion and Shock Waves*, 1998,18(4): 358 - 364.

[3] Barry T Neyer. Sensitivity testing and analysis[C]//The 16th International Pyrotechnics Seminar. Jönköping,Sweden. 1991: 87 - 106.

[4] Barry T Neyer. A D-Optimality-based sensitivity Test[J]. *Technometrics*, 1994,36(1): 61 - 70.

[5] 袁俊明. Neyer D-最优化感度试验方法及其应用研究[D]. 太原: 中北大学,2005.

[6] 田玉斌,李国英,房永飞. 火工品可靠性试验数据的综合分析方法[J]. 系统科学与数学,2006,26(2): 147 - 158.
TIAN YU-bin,LI Guo-ying,FANG Yong-fei. The synthetically analytical method for data sets on pyrotechnics reliability test[J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*,2006,26(2): 147 - 158.

[7] 茆诗松,王静龙,濮晓龙. 高等数理统计[M]. 北京: 高等教育出版社,1998: 102 - 112.

Simulation of Neyer D-Optimal Senstivity Test

ZHOU Li-dong[1], WEN Yu-quan[1], WANG Pei-lan[1], WANG Jun-bo[2]

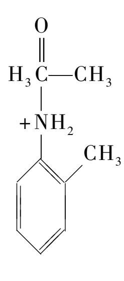
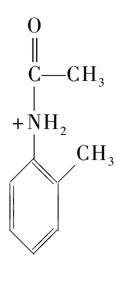
(1. *State Key Laboratory of Explosion Science and Technology*, *Beijing Institute of Technology*, *Beijing* 100081, *China*;
2. *No.* 63961, *PLA*, *Beijing* 100012, *China*)

Abstract: In order to study the characteristics and the influence factors of the parameter estimation of Neyer D-optimal sensitivity test, the effects of the initial guesses of parameters and the sample size on the precision of parameter estimation were studied by computer simulation. Results show that the mean estimation is unbiased; about one-third of the standard deviation estimation is smaller and two-thirds of the standard deviation estimation is bigger; the initial guesses of the parameters have a little effect on the precision of parametric estimation; a better mean estimation can be obtained if sample size is more than 18.

Key words: system engineering; Neyer D-optimal method; sensitivity test; computer simulation

读者 · 作者 · 编者

更 正

本刊 2009 年第 1 期 P5 图 1 中"滤柄"应为"滤饼",P6 中  应为  ,特此更正。