

文章编号: 1006-9941(2008)02-0216-03

火工品双边可靠性下限近似计算方法

洪东跑, 温玉全

(北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081)

摘要: 为了提高火工品的双边可靠性评估精度, 研究了火工品双边可靠性模型, 给出了基于经典二阶近似限的正态双边可靠性下限计算方法, 并采用蒙特卡罗方法进行了模拟研究。结果表明, 当试验样本量为 20 ~ 30 时, 计算精度就能满足要求。同时以某针刺雷管为例进行了大小样本对比验证, 证明了该方法的适用性和可行性。

关键词: 军事化学与烟火技术; 系统工程; 火工品; 可靠性评估; 双边可靠性

中图分类号: TJ450; O64

文献标识码: A

1 引言

设某产品的性能参数 X 的上下容许限为 U 和 L , 则其双边可靠性为 $R = P(L < X \leq U)$ 。由于火工品输出性能参数一般服从正态分布(或变化后服从正态分布), 而且某些时间类或作功类火工品其输出性能指标往往具有上、下限要求。如某些时间类火工品的延期时间, 弹射椅用弹射弹的输出压力, 引信传爆序列中的某些雷管的输出威力等性能参数均有上、下限指标要求, 故其输出可靠性为正态双边可靠性。在给定置信水平 γ 下, 若有 $P(R_L \leq R) = \gamma$, 则称 R_L 为可靠性精确下限。文献[1]指出正态与对数正态双边可靠性精确下限尚未找到可行的计算方法, 工程上仍然使用 Oldeh & Owen 的双边容许限系数表作近似计算, 该方法需要作中转插值, 计算复杂且误差难以控制。文献[2]给出的使用单边容许限系数表作近似计算的方法, 同样需要作中转插值, 计算精度较差。文献[3]给出的基于 Bayes 的下限近似计算方法, 需要用 Wilson-Hilferty 近似公式、Toda 近似公式等, 计算过于复杂, 且计算精度未知。文献[4]给出了基于 Bootstap 方法的双边可靠性下限计算方法, 该方法需要对刻度参数进行修正, 计算量较大, 且可靠度置信区间的覆盖率低于置信水平。由于火工品的可靠性要求越来越高, 在置信水平 0.9 或 0.95 下, 作用可靠度要达到 0.999 以上, 输出可靠性的要求更高, 因此上述方法的计算精度将难以满足要求。故给出一种计算简单、精度较高, 适合工程应用的方法是十分必要的。

本文针对火工品可靠性试验的特点, 对火工品双边可靠性下限的近似计算方法进行了数值模拟研究,

及实物对比验证研究, 给出了基于经典二阶近似限的火工品双边可靠性下限的计算方法。该方法计算简单, 精度较高, 利用较小的样本量能较精确地求得可靠性下限, 实现对高可靠性火工品的可靠性评估。

2 双边可靠性近似下限

2.1 双边可靠性模型

假设某产品的性能参数 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 X 的双边可靠性为:

$$R = P(L < X \leq U) = \Phi\left(\frac{U - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{L - \mu}{\sigma}\right) \\ = R_1 + R_2 - 1 \quad (1)$$

其中, $R_1 = \Phi\left(\frac{\mu - L}{\sigma}\right)$, $R_2 = \Phi\left(\frac{U - \mu}{\sigma}\right)$, $\Phi(\cdot)$ 为正态分布函数。在给定置信水平下, R 的下限可近似表示为:

$$R_L \approx R_{1L} + R_{2L} - 1 \quad (2)$$

其中, R_{1L} 、 R_{2L} 分别为 R_1 和 R_2 的下限。利用正态单边可靠性下限的性质可以分别求得 R_1 、 R_2 的精确下限 R_{1L} 、 R_{2L} , 代入式(2)可得 R_L 。由于正态单边可靠性精确下限算法比较复杂, 工程上往往采用近似限代替。利用近似限计算方法, 分别取 R_{1L} 和 R_{2L} 的近似值 \hat{R}_{1L} 和 \hat{R}_{2L} , 代入式(2)则可得正态双边可靠性 R 的近似下限:

$$\hat{R}_L \approx \hat{R}_{1L} + \hat{R}_{2L} - 1 \quad (3)$$

2.2 经典二阶近似限

令 $K = (\bar{x} - L)/s$, 其中 \bar{x} , s 分别为样本均值和标准差, 可得 $R = P(X > L)$ 置信水平为的单边经典二阶近似下限^[1]:

$$\hat{R}_L = \Phi\left(\frac{K - \mu_{\gamma}\sqrt{DK_2}}{1 + 0.75/(n-1)}\right) \quad (4)$$

其中, $DK_2 = \frac{2n-1}{2n(n-1)} + K^2 \frac{(4n^2 - 23n + 73)}{8(n-1)^3}$, n 为试验样本量。

随机抽取样本量为 n 的产品,通过试验测得其性能参数 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, 计算得 \bar{x} 和 s 。结合上下容许限 L, U , 可得容许限系数:

$$K_1 = \frac{\bar{x} - L}{s}, K_2 = \frac{U - \bar{x}}{s}$$

K 分别取 K_1, K_2 , 代入式(4)可分别求得单边近似下限 $\hat{R}_{1L}, \hat{R}_{2L}$, 最后由式(3)可得正态双边可靠性经典二阶近似下限 \hat{R}_L 。

2.3 Bayes 近似限

根据 Bayes 方法, 无信息先验分布时, 可得 R 置信水平为 γ 的近似下限^[2]:

$$\hat{R}_L = \Phi\left(\left(K - \frac{t_{n-1, \gamma'}}{\sqrt{n}}\right) / \sqrt{\chi_{n-1, 1-\gamma}^2}\right) \quad (5)$$

其中, K 为容许限系数, 工程应用中一般取 $\gamma' = (\gamma + 0.4)/2$, $t_{n, \gamma'}, \chi_{n, \gamma}^2, \mu_\gamma$ 可分别由正态近似公式、Wilson-Hilferty 近似公式、Toda 近似公式计算得到。和经典二阶近似下限类似, 把容许限系数 K_1, K_2 分别代入式(5), 可求得单边近似下限, 最后由式(3)可得正态双边可靠性 Bayes 近似下限。

3 数值模拟分析

3.1 数值模拟方法

本文利用蒙特卡罗方法模拟随机抽样过程^[5], 计算正态双边可靠性经典二阶近似下限, 并与双边容许限系数法、Bayes 近似法、单边容许限系数法进行比较。该方法主要利用 matlab 软件, 从一个已知正态分布函数中随机产生 n 个样本, 并计算样本均值 \bar{x} 和标准差 s , 然后利用上述四种方法分别计算可靠性近似下限 R_L 。选择不同的样本量 n , 分别重复模拟 10000 次, 计算可靠性区间覆盖率 λ (指近似下限小于真值 R 的次数与总模拟次数之比), 可靠性下限 R_L 的均值与可靠性真值 R 的偏差 $|R - \text{mean}(R_L)|$, 以及 R_L 的方差 $\text{var}(R_L)$ 。

3.2 数值模拟结果分析

为了方便模拟计算, 假设性能参数 $X \sim N(10, 1)$, 上、下容许限为 $U = 13, L = 7$ 。取置信水平 $\gamma = 0.90$, 记 \hat{R}_{1L} 为经典二阶近似下限、 \hat{R}_{2L} 为双边容许限系数法的近似下限、 \hat{R}_{3L} 为 Bayes 近似下限、 \hat{R}_{4L} 为单边容许限系数法的近似下限。对模拟计算数据进行统计分析, 结果见表 1 ~ 表 4。

由于模拟抽样次数较大, 根据大数定律可知, 可靠度置信区间覆盖率 λ 可以近似为置信水平 γ 。结合火工品输出可靠性评估的特点, 对表 1 ~ 表 4 中的数据

表 1 经典二阶近似方法模拟计算结果

Table 1 Simulated results from classical two-rank approximate limit

sample	λ	$ R - \text{mean}(\hat{R}_{1L}) $	$\text{var}(\hat{R}_{1L})$
10	0.873	0.0392	0.0019
20	0.897	0.0202	4.68E-4
30	0.907	0.0140	1.90E-4
50	0.915	0.0088	6.61E-5
70	0.919	0.0066	3.51E-5

表 2 双边容许限系数法模拟计算结果

Table 2 Simulated results from the method with coefficient of bilateral common difference

sample	λ	$ R - \text{mean}(\hat{R}_{2L}) $	$\text{var}(\hat{R}_{2L})$
10	0.958	0.0747	0.0031
20	0.952	0.0362	0.0010
30	0.959	0.0226	3.66E-4
50	0.957	0.0123	1.10E-4
70	0.961	0.0094	5.38E-5

表 3 Bayes 近似方法模拟结果

Table 3 Simulated results from Bayesian approximate limit

sample	λ	$ R - \text{mean}(\hat{R}_{3L}) $	$\text{var}(\hat{R}_{3L})$
10	0.937	0.0583	0.0028
20	0.929	0.0257	5.85E-4
30	0.953	0.0166	2.24E-4
50	0.935	0.0099	7.36E-5
70	0.937	0.0073	3.80E-5

表 4 单边容许限系数法模拟结果

Table 4 Simulated results from the method with coefficient of unilateral common difference

sample	λ	$ R - \text{mean}(\hat{R}_{4L}) $	$\text{var}(\hat{R}_{4L})$
10	0.933	0.0603	0.0032
20	0.925	0.0258	6.24E-4
30	0.929	0.0165	2.31E-4
50	0.940	0.0097	7.42E-5
70	0.932	0.0071	3.80E-5

进行对比分析可以看出:

- (1) 当 $n < 20$ 时, 采用经典二阶近似法模拟得出的置信水平略低于 0.90, 虽然可靠度计算精度较高, 但对置信水平要求较高的产品, 不建议使用; 此时, 由其它方法模拟得出的置信水平均能满足要求, 只是计算精度略差。
- (2) 当 $n \leq n \leq 30$ 时, 由经典二阶近似法模拟得出的 λ 与置信水平 0.90 最接近, 当 n 继续增大时, 置信水平更高, 这为合理制定火工品试验方案提供了依据。
- (3) 当 $n > 30$ 时, 虽然四种方法模拟得出的 λ 均

大于置信水平 0.90, 但由经典二阶近似法模拟得出的 λ 与置信水平相差最小, 计算精度也最高, 由此可知双边容许限系数法、Bayes 近似法和单边容许限系数法的下限与经典二阶近似法的下限相比, 较为保守。

(4) 随着样本量 n 的增大 $|R\text{-mean}(\hat{R}_{kL})|$ 和 $\text{var}(\hat{R}_{kL})$ ($k=1, \dots, 4$) 同时减小, 说明样本量越大, 上述四种方法所得的下限越精确, n 足够大时, 四种方法精度趋于一致。随着 n 的变化均有 $|R\text{-mean}(\hat{R}_{1L})| < |R\text{-mean}(\hat{R}_{kL})|, \text{var}(\hat{R}_{1L}) < \text{var}(\hat{R}_{kL})$ ($k=2, 3, 4$), 即经典二阶近似方法的计算精度优于其它三种方法。

在确定可靠性评估试验样本量时, 应综合考虑可靠度置信区间覆盖率和计算精度。在进行火工品输出

性能测试时, 一般试验量在 20 ~ 30 发之间, 建议采用经典二阶近似限方法计算正态单元双边可靠性下限, 以提高可靠性计算的精度。

4 实 例

某针刺雷管输出可靠性指标为: 置信水平 $\gamma = 0.90$, 上下容许限为 $U = 7.5 \text{ mm}$ 和 $L = 4.5 \text{ mm}$ 。

4.1 近似下限

根据火工品输出分布模型研究结果, 该火工品输出分布服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中分布参数 μ, σ 未知。从该批产品中随机抽取三组样本为 (20, 30, 50) 的产品进行输出试验, 对其输出结果进行统计, 结果见表 5。

表 5 针刺雷管输出试验数据

Table 5 Test data of one stab detonator

n	output /mm	amount	output /mm	amount	output /mm	amount	output /mm	amount	output /mm	amount	output /mm	amount	output /mm	amount		
20	5	2	5.1	1	5.2	2	5.3	3	5.4	5	5.5	3	5.6	3	5.7	1
30	5	3	5.1	1	5.2	3	5.3	5	5.4	8	5.5	4	5.6	5	5.7	1
50	5	3	5.1	3	5.2	7	5.3	11	5.4	13	5.5	5	5.6	7	5.7	1

Note: n is sample size.

由表 5 试验数据可分别计算得三组产品的 \bar{x}, s , 利用上述四种方法分别计算三组产品的可靠性近似下限。由于输出可靠度较高, 无法使用单边或双边容许限系数法, 这里仅给出经典二阶近似下限 R_1 和 Bayes 近似下限 R_2 (见表 6)。

表 6 试验数据处理结果

Table 6 Calculation results for test data

n	\bar{x}	s	R_1	R_2
20	5.37	0.198	0.99980	0.99963
30	5.37	0.190	0.99994	0.99990
50	5.35	0.172	0.99999	0.99998

4.2 大样本方法

由于大样本方法样本量大, 其参数估计较为稳定, 故一般把通过大样本方法算得的可靠度作为真值的较精确的估计。针刺雷管样本量为 2000 的试验数据见表 7。

由表 7 的数据可得产品输出参数的极大似然估计, $\hat{\mu} = 5.3565, \hat{\sigma} = 0.1716$ 则产品的双边可靠度为 $R = 0.9999997$ 。与表 6 中的近似下限作对比, 可知样本量越大, 火工品输出可靠性近似限越精确, 且经典二阶近似下限优于 Bayes 近似下限。由于火工品输出可靠性要求一般为 $\gamma = 0.9, R_L = 0.999$, 少部分为 $R_L = 0.9999$, 故综合分析表 6 和表 7 可知, 当 $n = 30$ 时经典二阶方法就可以满足评估要求, 和大样本方法相比, 大大节约了样本量。

表 7 针刺雷管输出大样本试验数据

Table 7 Test data of one stab detonator with great amount of samples

n	output/mm, amount								
2000	5, 120	5.1, 134	5.2, 307	5.3, 427	5.4, 480	5.5, 240	5.6, 252	5.7, 40	

5 结 论

(1) 研究了火工品双边可靠性下限模型, 给出了火工品输出可靠性下限的经典二阶近似计算方法, 通

过模拟计算, 与容许限方法、Bayes 近似方法等进行了比较, 表明了当试验样本量在 20 ~ 30 之间时, 该方法的计算精度就能满足要求, 而且精度比其它方法高。

(下转 224 页)

参考文献:

- [1] Woods C M, Spangler E M, Beckman T M, et al. Development of a laser ignited all secondary explosive DDT detonator [C] // Proceeding of the Eighteenth International Pyrotechnics Seminar, 1992. 973 - 983.
- [2] W. 克希耐尔. 固体激光工程[M]. 华光译. 第二版. 北京: 科学出版社, 2002.
- [3] 朱长星, 叶迎华, 沈瑞琪, 等. Zr, Mg 系烟火剂发光光谱特性研究[J]. 含能材料, 2005, 13(2): 118 - 120.
ZHU Chang-xing, YE Ying-hua, SHEN Rui-qi, et al. Study of spectrogram character for zirconium and magnesium in pyrotechnic composition [J]. *Chinese Journal of Energetic Materials (Hanneng Cailiao)*, 2005, 13(2): 118 - 120.
- [4] 肖楠, 吴文健, 姜宗福. 烟火泵浦材料发光光谱研究[J]. 火工品, 2006, 110(4): 4 - 8.
XIAO Nan, WU Wen-jian, JIANG Zong-fu. An investigation on pumping material's emission spectrum of pyrotechnic pumped laser [J]. *Initiators and Pyrotechnics*, 2006, 110(4): 4 - 8.
- [5] 潘功配. 高等烟火学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2005.
- [6] 项汛. 用于固体激光器泵浦源的化学闪光灯研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2006.
- [7] 吕百达. 固体激光器件[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2002.

Emission Spectrum Characteristics of Zr-O₂ Flashlamp

YE Ying-hua, SHEN Rui-qi, XIANG Xun, HU Yan

(Chemical Engineering School, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Combustion characteristic of Zr-O₂ was studied. Emission spectrum of Zr-O₂ flashlamp was also tested. Results show that the higher the ignition voltage (22 V) is, the more the oxygen (0.7 MPa) is and the smaller Zr strip (0.3 ~ 0.5 mm) is, the higher fire ratio is. The spectrum of Zr-O₂ pyrotechnics is distributed from 500 - 900 nm, and it has stronger emission strength in near infrared region of 700 - 900 nm. The spectrum characteristics are almost the same in different ratios of fuel/oxygen.

Key words: applied chemistry; flashlamp Zr-O₂; emission spectrum

(上接 218 页)

(2) 以某针刺雷管为例,进行了输出可靠性置信下限的大小样本对比试验研究,与大样本试验结果进行对比,表明该方法计算简单,适合工程应用,且精度较高,能满足高可靠性火工品的可靠性评估要求。

参考文献:

- [1] 周源泉, 翁朝曦. 可靠性评定[M]. 北京: 科学出版社, 1990.
- [2] GJB376 - 87. 火工品可靠性评估方法[S]. 北京: 国防科工委军标发行部, 1987.
- [3] 孙新利, 余文力. 正态双边可靠性的一种工程近似计算[J]. 应用概率统计, 2001(4): 337 - 340.
SUN Xin-li, YU Wen-li. The approximate lower limit of bilateral reliability for the normal distributions [J]. *Chinese Journal of Applied Probability and Statistics*, 2001(4): 337 - 340.
- [4] HONG Dong-pao, WEN Yu-quan. Bilateral reliability assessment for initiating devices based on bootstrap [C] // Proceedings of the Seventh International Conference on Reliability, Maintainability and Safety. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2007, 61 - 65.
- [5] Chao M T, Fuh C D. Bootstrap method for the up and down test on pyrotechnology sensitivity analysis [J]. *Statistica Sinica*, 2001, 11: 1 - 21.

Approximate Lower Limit of Bilateral Reliability of Initiating Explosive Devices

HONG Dong-pao, WEN Yu-quan

(State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The bilateral reliability model for initiating explosive devices was studied in order to improve the assessment precision. The calculation method was proposed for the lower limit of bilateral reliability based on the classical two-rank approximate limit, and the simulation tests were conducted By Monte Carlo method. Results show that the precision is suitable for the requirements of reliability assessment for initiating devices when the amounts of samples are 20 - 30. And the feasibility and applicability is validated by tests with stab detonators compared with the other methods.

Key words: military chemistry and technique of pyrotechnics; system engineering; initiating explosive device; reliability assessment; bilateral reliability