文章编号:1006-9941(2005)02-0094-05

火工品可靠度的经典估计与 Bayes 估计

周美林[1,2], 蔡瑞娇[1], 韩敦信[2]

(1. 北京理工大学机电工程学院, 北京 100081;
2. 中国工程物理研究院化工材料研究所, 四川 绵阳 621900)

摘要: 分析了 GJB376-87《火工品可靠性评估方法》中计数法的保守性,提出了火工品可靠度新的计数评估方法,并应用统计理论和数学方法进行了理论证明,同时介绍了采用 Bayes 方法及在火工品可靠度估计中的应用,并进行了分析和讨论。

关键词: 可靠性工程; 火工品; Bayes 估计; 经典估计; 计数法

中图分类号: TJ450　　　　**文献标识码**:A

1 引 言

火工品可靠度的估计一直是国内外火工品领域关注的焦点。近年来,随着高价值、高可靠性、高安全性的火工品发展需求,火工品可靠度的估计更加重要。目前,在火工品可靠性评估中,主要是在一定置信度下估计火工品的可靠度单侧下限。国内火工品可靠度的评估标准主要是 GJB376-87《火工品可靠性评估方法》[1]。但该标准存在以下问题:(1) 采用计数法估计火工品可靠度存在保守性,对于高可靠度火工品的估计所需样本量太大;(2) 采用计量数据对火工品某性能参数的可靠度进行估计,存在性能参数服从某分布拟合的误差甚至分布选择的错误,且对于高可靠度的火工品(可靠度 >0.99),需作合理的感度分布后外推得到,可靠度外推以 0.999 为限,而对大于 0.999 以上的火工品可靠度估计则不适用。关于计量法,美军标 MIL-I-23659C 军用规范《电起爆器通用设计规范》[2]"6.3 应用各种统计型分析的一些问题的概述"指出了其应用过程中所采用的统计分析方法的不成熟性,认为目前"可靠性试验的真正保险的方法只是标准的合格与不合格型(GO,NO-GO 型)"。由此可见,对火工品的高可靠度估计,需要寻求新的火工品可靠度估计方法。本文分析研究了计数法的保守性,然后对能够减少试验样本量的 Bayes 估计方法进行了分析研究。

收稿日期:2004-06-14;**修回日期**:2004-11-17

作者简介:周美林(1965 -),男,在职博士,副研究员,现从事火工品研制及其可靠性研究。

2 经典估计(GO,NO-GO型)的保守性与新方法

设从成功率为 R(未知)的二项总体中随机抽取大小为 n 的一个简单随机样本,试验结果有失败数 f,成功数为 $n-f$,则给定置信度 γ 下有:

$$P(R \geqslant R_{L,c}) \geqslant \gamma \tag{1}$$

其中, $P(R \geqslant R_{L,c})$ 为置信系数; $R_{L,c}$ 为置信度 γ 下成功率的置信下限。

其中,$R_{L,c}$ 的确定由(2)式给出。

$$\sum_{i=0}^{f} c_n^i R_{L,c}^{n-i} (1 - R_{L,c})^i = 1 - \gamma \tag{2}$$

式中,$i = 0, 1, 2, \cdots\cdots, f$。

当失败数为零时,则有:

$$R_{L,c} = (1-\gamma)^{1/n} \tag{3}$$

按(2)、(3)两式对火工品可靠度进行估计,其最大特点是能在人为选定的置信度下确定火工品可靠度不小于某值,但不能较精确地估计火工品可靠度。在火工品可靠度估计中,如果将置信度取值过低,会带来估计值高于火工品真实值;反之,若将置信度取值过高,会带来估计值过于偏小。在火工品可靠性评估中,通常选取置信度为 0.90 或 0.95,在这种条件下,所得到的火工品可靠度单侧置信下限 $R_{L,c}$ 是一种保守估计[3,4]。

火工品总体是一个二项总体,假设其可靠度为 R,当抽取数量大小为 n 发的样本,试验结果无一发失败的出现概率为 R^n,试验结果有一发失败的出现概率为 $nR^{n-1}(1-R)$,其出现概率随样本量 n 变化的曲线图如图 1 所示。

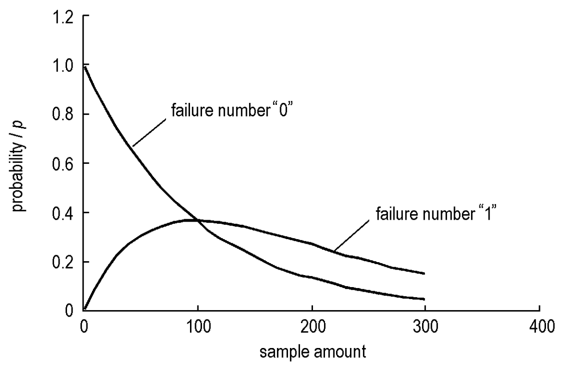

图 1　失效数为 0 和失效数为 1 时样本接收概率曲线

Fig. 1　Sample accepted probability curved-line of failure number "0" and "1"

从图 1 可知，随着样本量 n 的增大，失效数为 0 的概率曲线与失效数为 1 的概率曲线有一个交点，此交点是样本中出现失效数为 0 与失效数为 1 的概率转换点，对应的样本量大小为 $R/(1-R)$，并可通过方程(4)求解得到。

$$R^n = nR^{n-1}(1-R) \tag{4}$$

同样，我们可以求得出现失效数为 i 的概率与出现失效数为 $i+1$ 的概率相等的样本量：

$$n = \frac{i+R}{1-R} \tag{5}$$

当我们确定需从总体中抽取样本量的大小 n 后，在未抽取样本之前，样本的状态空间是不确定的，表现为一个 n 维随机状态空间，但样本一旦抽取后则表现为一个确定的 n 维状态空间。其出现的概率满足

$$p_i = C_n^i R^{n-i}(1-R)^i \tag{6}$$

定理 1：若成败型总体服从二项分布(6)式，则当从总体中抽取一个大小为 n 的样本后，样本中出现失效数为$[n-nR-R]+1$ 或$[n-nR-R]$的概率最大。其中$[n-nR-R]$表示对 $n-nR-R$ 计算值取整数部分。

证明：对于一个确定的样本量 n，根据(6)式有

$$p_i = C_n^i R^{n-i}(1-R)^i$$

$$p_{i+1} = C_n^{i+1} R^{n-i-1}(1-R)^{i+1}\text{，则}$$

$$p_{i+1}/p_i = C_n^{i+1} R^{n-i-1}(1-R)^{i+1}/C_n^i R^{n-i}(1-R)^i$$

$$= \frac{(n-i)(1-R)}{(i+1)R} = \begin{cases} >1\text{，当 } i < n-nR-R \\ =1\text{，当 } i = n-nR-R \\ <1\text{，当 } i > n-nR-R \end{cases} \tag{7}$$

其中，$i \in (0, n)$，随样本量的不同可以为非整数。

由(7)可知，对于从总体抽取的随机样本 n 中出现失效数 i 的概率分布当 $i<n-nR-R$ 时概率表现为随 i 一直增加，当 $i>n-nR-R$ 时概率表现为随 i 一直降低，因此，必存在失效数$[n-nR-R]+1$ 或$[n-nR-R]$，其概率最大。

定理 2：若成败型总体服从二项分布(6)式，且有 $p_{i+1} = p_i = C_n^{i+1}R^{n-i-1}(1-R)^{i+1} = C_n^i R^{n-i}(1-R)^i$，则总体可靠度 R 满足：

$$\frac{n-i-1}{n+1} \leqslant R \leqslant \frac{n-i+1}{n+1} \tag{8}$$

证明：由定理 1，知如果 $p_i = p_{i+1}$，则

$$i-1 \leqslant n-nR-R \leqslant i+1$$

即

$$n-i-1 \leqslant R(n+1) \leqslant n-i+1$$

$$\frac{n-i-1}{n+1} \leqslant R \leqslant \frac{n-i+1}{n+1}$$

定理 3：当从总体抽取样本量为 $n = \dfrac{i+(1+\xi)R_L}{1-(1+\xi)R_L}$ 时，总体可靠度不小于 R_L 的充要条件是样本试验结果出现的失效数 $f \leqslant n-R_L(n+1)-1$。其中，i 为求样本量而预定的失效数，ξ 总体可靠度估计偏差。

证明：1．充分性

预先确定一个失效数值 i，按(5)式抽取样本量，并设可靠度估计偏差为 $\xi=(R-R_L)/R_L$，则有

$$n = \frac{i+(1+\xi)R_L}{1-(1+\xi)R_L}$$

由定理 2 知，如果总体可靠度不低于 R_L，则应有 $R_L \leqslant \dfrac{n-i-1}{n+1}$，其中 i 为预定的失效数。

即

$$i \leqslant n-R_L(n+1)-1$$

如果样本量 n 中试验结果的失效数 f 小于预定的失效数 i，则必有 $f \leqslant n-nR-R \leqslant i+1$，因此有

$$\frac{n-i-1}{n+1} \leqslant R \leqslant \frac{n-f}{n+1}$$

2．必要性

由于样本量满足 $n = \dfrac{i+(1+\xi)R_L}{1-(1+\xi)R_L}$，当样本量中 n 中试验结果出现的失效数 f 不小于预定的失效数 i 时，由定理 1 有

$$n-nR-R \leqslant i+1 \leqslant f$$

$$R \leqslant \frac{n-f}{n+1} \leqslant R_L = \frac{n-i-1}{n+1}$$

与定理 2 矛盾。

由定理 3 可以根据样本量 n 中试验结果出现的失效数估计总体可靠度不低于某值。此外，ξ 越小，所需样本量越少，样本量还与预定的失效数的选取直接相关。

这种新的方法的实施步骤如下：

根据总体的可靠度下限值 R_L 确定临界失效数 i

值估计偏差ξ,然后按(5)式计算样本量,如果样本试验结果小于临界失败数i,则总体的可靠度下限值不小于R_L,其总体可靠度真值的取值范围由(8)式给出。

例如,设总体可靠度估计不低于0.99,估计偏差正为0.001,则由(5)式算得失败数为1时的样本量不小于221,则当试验结果失败数为0时,可以认为其总体可靠度不低于0.99,真值的取值范围由(8)式给出,为(0.991~0.9955)。而按国军标GJB 376-87的规定,当总体可靠度不低于0.99时,在置信度为0.90时所需样本量为229发,在置信度为0.95时所需样本量为298发,且试验结果无一发失败。

由此可见,按国军标GJB 376-87规定的计数法评估火工品的可靠度是一种非常保守的估计方法。为了严格保证火工品的可靠度真值不小于某值,给出了一种比较苛刻的评估方法,即使火工品总体可靠度达0.9977,在抽取样本量为298发并进行一次性可靠性鉴定试验时,也有50%的概率出现至少有1发失败的结果而被认为其可靠度未达到0.99的最低要求而被否决。

3 火工品可靠度的Bayes估计

3.1 Bayes方法简介

Bayes方法的基本出发点是基于综合历史的先验信息和当前的样本信息作统计推断。该方法在不减少估计精度的情况下能够降低可靠性试验样本量[5]。其基本方法如下:

① 将未知参数看作随机变量,记为θ,当θ已知时,样本$x_1,x_2,\cdots\cdots,X_n$的联合分布密$P(x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n;\theta)$就看作是$x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n$对$\theta$的条件密度,记为$P(x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n|\theta)$;

② 确定先验分布$\pi(\theta)$;

③利用$P(x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n|\theta)$和$\pi(\theta)$求出$x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n$与$\theta$的联合分布和样本$x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n$的分布,然后求得$\theta$对$x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n$的条件分布密度$h(\theta|x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n)$;

$$h(\theta|(x_1,x_2\cdots\cdots,x_n))=\frac{\pi(\theta)p(x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n)|\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty}\pi(\theta)p(x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n)|\theta)\mathrm{d}\theta}\quad(9)$$

3.2 火工品可靠度的Bayes估计方法

设火工品成功率R的先验密度为$\pi(R)$,如果当前试验数据中,失败数为f,成功数为$n-f$,则根据(9)式,R的后验密度为:

$$h(R|(f,n-f))=\frac{\pi(R)R^{n-f}(1-R)^f}{\int_0^1\pi(R)R^{n-f}(1-R)^f\mathrm{d}R}\quad(10)$$

此时,置信度为γ的Bayes置信下限$R_{L,c}$由下式确定:

$$\int_0^{R_{L,B}}h(R|(f,n-f))\mathrm{d}R=1-\gamma\quad(11)$$

设在当前试验数据前已有同等条件下的失败数f_0,成功数n_0-f_0,并利用二项分布的先验分布为其共扼型先验分布β分布:

$$\pi(R)=\beta(f_0,n_0-f_0)=\frac{1}{B(f_0,n_0-f_0)}R^{n_0-f_0-1}(1-R)^{f_0-1}\quad(12)$$

其中,

$$B(f_0,n_0-f_0)=\int_0^1R^{n_0-f_0-1}(1-R)^{f_0-1})\mathrm{d}R$$

则(13)式等价于[6]

$$\sum_{i=0}^{f_0+f-1}C_{n_0+n-1}^{i}R_{L,B}^{n_0+n-1-i}(1-R_{L,B})^i=1-\gamma\quad(13)$$

(13)式不能求出火工品失败数为0时所需的样本量,且对于失败数较大时计算也很困难。

如果失败数较大,则可利用以下β分布分位数与F分布分位数关系式:

$$\beta_{1-\alpha}(k_1,k_2)=(1-\frac{k_2}{k_1}F_{2k_1,2k_2;1-\alpha}^{-1})^{-1}\quad(14)$$

令$F=f_0+f+1$,$N=n_0+n-f_0-f$,因此有后验密度下的火工品可靠度下限估计:

$$R_{L,B}=1-[1+\frac{N}{F}F_\alpha(2F,2N)]^{-1}\quad(15)$$

如果火工品在当前试验前总体的成功率下限为R_0时,则一个合理的成功率先验密度为:

$$\pi(R)=[2(1-\sqrt{R_0})\sqrt{R}]^{-1}\quad R_0\leqslant R\leqslant1\quad(16)$$

此时,$R_{L,B}$满足:

$$\frac{\int_{R_0}^{R_{L,B}}R^a(1-R)^bR^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}R}{\int_{R_0}^{1}R^a(1-R)^bR^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}R}=\alpha\quad(17)$$

特别地,当前试验的样本量为n,且失败数$f=0$时,有:

$$R_{L,B}=[\alpha(1-R_0^{n+0.5})+R_0^{n+0.5}]^{\frac{1}{n+0.5}}\quad(18)$$

(13)、(15)、(17)、(18)四式是采用Bayes方法对火工品可靠度在不同已知条件下进行估计的计算式。

3.3 Bayes估计方法与经典估计方法的比较

为了比较同一可靠度下Bayes估计方法与经典估计方法所需的样本量,我们在有失败数据的情况下利用(13)式和(2)式求出在置信度分别为0.90和0.95条件下可靠度不低于0.99及0.999时各自所需的样本量。

见表 1。其中，对 Bayes 估计，我们假定在同等试验条件下已有试验数据$(n,f)=(100,0)$，则算得的样本量。

表 1　有失败数据情况下 Bayes 估计与经典估计所需的样本量

Table 1　Sample amounts of Bayes estimation and classical estimation in failure number "1" or "2"

reliability (R)	confidence level (γ)	failure number (f)	sample 1 (n)	sample 2 (n_0+n)
0.99	0.90	1	389	231
		2	529	390
0.99	0.95	1	474	299
		2	629	475
0.999	0.90	1	–	2304
	0.95	1	–	2997

表 2 是在零失败数据的情况下利用(18)式和(3)式求出在置信度分别为 0.90 和 0.95 条件下可靠度不低于 0.99 及 0.999 时各自所需的样本量。其中，对 Bayes 估计，我们假定当前试验前总体的成功率下限为 0.95。

表 2　零失败数据情况下 Bayes 估计与经典估计所需的样本量

Table 2　Sample amounts of Bayes estimation and classical estimation in failure number "0"

reliability (R)	confidence level (γ)	failure number (f)	sample 1 (n)	sample 2 (n_0+n)
184	0.99	0.90	0	229
239		0.95	0	298
0.999	0.90	0	2303	2303
	0.95	0	2996	2996

从表 1，表 2 可知，采用 Bayes 计数法估计比经典的计数法估计所需样本量大大减少。但当火工品可靠度要求很高时，如大于 0.995 以上时，Bayes 计数法估计所需的样本量仍然太大，特别是对零失败数据的高可靠度火工品，样本量几乎与经典估计所要求的相同。

4　应用实例

4.1　某电雷管可靠度的新方法估计与 Bayes 估计

某电雷管，两年以前，共收集到 2988 发雷管已使用并被消耗掉。近两年来，该电雷管又生产了两批，并陆续投入使用，共收集到使用并被消耗掉 300 发。在雷管使用过程中，均按雷管技术条件进行，使用结果无一发失败。此外，通过调查，所有这些雷管生产工艺条件基本一致，没有发生大的技术参数更改和生产工艺变动。现在，我们在置信度 0.95 下估计其火工品当前的可靠度。

两年前，该电雷管的可靠度下限估计由(18)式得到，此前，由于无任何先验信息，R_0 应取 0.5，因此有

$$R_{L,B} = [\alpha(1-R_0^{n+0.5}) + R_0^{n+0.5}]^{\frac{1}{n+0.5}} = [0.05(1-0.5^{2988.5}) + 0.5^{2988.5}]^{\frac{1}{2988.5}} = 0.999$$

当前，该电雷管的可靠度下限估计由(20)式得到，即

$$R_{L,B} = [\alpha(1-R_0^{n+0.5}) + R_0^{n+0.5}]^{\frac{1}{n+0.5}} = [0.05(1-0.999^{300.5}) + 0.999^{300.5}]^{\frac{1}{300.5}} = 0.99906$$

按新方法估计，其火工品总体可靠度真值的取值不小于 0.99939；按 GJB376-87 计数法，得到的该电雷管的可靠度估计为 0.999089，与 Bayes 估计值差不多。

4.2　某冲击片雷管可靠度的新方法估计与 Bayes 估计

某冲击片雷管，在工艺条件和技术参数稳定后，到目前为此共进行了 1000 发试验，试验结果无一发失败。在工艺条件和技术参数稳定前，进行了较大量的试验，经进行可靠性估计，在置信度为 0.95 的条件下，其可靠度不低于 0.90，则当前的可靠度下限估计为：

$$R_{L,B} = [\alpha(1-R_0^{n+0.5}) + R_0^{n+0.5}]^{\frac{1}{n+0.5}} = [0.05(1-0.9^{1000.5}) + 0.9^{1000.5}]^{\frac{1}{1000.5}} = 0.9970$$

同样，按新方法估计，其火工品总体可靠度真值的取值不小于 0.998；按 GJB376-87 计数法，得到的该冲击片雷管的可靠度估计为 0.9970，与 Bayes 估计值一样。

计算结果表明，在零失败数的情况下，用 Bayes 方法估计高可靠度的火工品所获得的结果与经典估计结果基本相同。尽管如此，我们认为用 Bayes 方法和新计数法估计火工品的可靠度所获得的结果要比经典估计法要合理，更符合实际情况。

5　结　论

采用新的计数法和 Bayes 方法对火工品可靠度进行下限估计比 GJB376-87 规定的计数法更为合理，新的计数法的主要优点是不需要人为确定的置信度，并有严格的理论证明，Bayes 方法主要优点是利用了火工品当前试验前已经具有的先验信息，克服了计数法存在的不足。特别是在较高可靠性的火工品评估中，新的计数法和 Bayes 方法可显著降低样本量。但在高可靠性的火工品评估中，用 Bayes 方法估计所需的样本量与经典估计法基本相同，同样存在保守性，而新的计数法要求的样本量比前两者都小得多。

参考文献：

[1] GJB 376-87. 火工品可靠性评估方法[S]. 北京：国防科工委军标出版发行部，1987.

GJB 376-87. Assessment method of reliability of initiating devices [S]. Beijing: Military Standard Press of Commission of Science Technology and Industry for Nation Defense, 1987.

[2] 王魁全,王路大,俎峰. 美国火工品专业基础标准汇编[M]. 电起爆器通用设计规范. 中国兵器工业第二一三所.
[3] 徐振相,秦士嘉. 火工品可靠性技术[M]. 北京:兵器工业出版社,1996.12.
[4] G W 科克伦. 张尧庭,等. 抽样技术[M]. 1981.5.
[5] 张天飞,蔡瑞娇,董海平,等. 某弹射弹零失效数据 Bayes 可靠性估计[J]. 含能材料,2004,12(5):297-299.
ZHANG Tian-fei, CAI Rui-jiao, DONG Hai-ping, et al. Bayesian reliability estimation of a cartridge of ejector wity zero-failure data[J]. *Hanneng Cailiao*,2004,12(5):297-299.
[6] 周源泉. 可靠性评定[M]. 北京:科学出版社,1994.

Bayes Estimation and Classical Reliability Estimation Methods of Initiating Devices

ZHOU Mei-lin[1,2], CAI Rui-jiao[1], HAN Dun-xin[2]
(1. *Institute of Physics and Engineering*, *Beijing* 100081, *China*;
2. *Institute of Chemistry Materials*, *CAEP*, *Mianyang* 621900, *China*)

Abstract: The conservation of GO,NO-GO Method in GJB 376-87 "Assessment Method of Reliability for Initiating Devices" and the Bayes method of reliability for initiating devices were discussed in the paper. A new GO,NO-GO Method was designed to estimate reliability of initiating devices with less sample-amount. It was deduced using statistical theory and mathematical methods. The Bayes, the new proposed and classical estimation methods were compared experimentally. The results show that the former two exhibit better reliability estimation for initiating devices than the classical estimation, and the new method requires less sample-amount than the other two.

Key words: reliability engineering; initiating device; Bayes estimation; classical estimation; GO,NO-GO method

《含能材料》2002年第4期被CA收录论文

题名	第一作者	出版年卷期页
Study of catalytic activity of nanocrystalline transition metal oxides on NH_4ClO_4	LUO Yuan-xiang	(2002)10-04-0148-05
Study on the thermal decomposition of NEPE propellant (II) —Thermal decomposition of HMX/RDX-NEPE propellant	ZHAO Feng-qi	(2002)10-04-0153-04
Energy characteristic of nitramine HTPB propellant containing RDX as oxidizer	YUAN Gui-fang	(2002)10-04-0157-04
Some problems of collecting the data and calculating the kinetic parameters from DSC curves of energetic materials thermograms	HU Rong-zu	(2002)10-04-0165-03
Study on regioselective synthesis of mononitrochlorobenzene on SO_4^{2-}/WO_3-ZrO_2 catalysts	CHENG Guang-bin	(2002)10-04-0168-03
Separation of pure 2,6-dinitrotoluene from industrial products	SHI Bai-ru	(2002)10-04-0171-03
Technological synthesis and application advance of 1,3,3-trinitroazetidine (TNAZ)	ZHANG Guang-quan	(2002)10-04-0174-04
Theoretical identification for impact sensitivity—From thermodynamic judge to kinetic judge	XIAO Ji-jun	(2002)10-04-0178-04
Study and analysis of the high insensitive explosive and the flat charge	CHEN Ai-wu	(2002)10-04-0182-03
Simulating computation of injection nitrator producing nitroglycerine	QIN Neng	(2002)10-04-0185-04
PolyNIMMO and its applications in propellants	ZHANG Xu-zhu	(2002)10-04-0189-04