

文章编号: 1006-9941(2004)05-0297-03

## 某弹射弹零失效数据 Bayes 可靠性估计

张天飞, 蔡瑞娇, 董海平, 温玉全

(北京理工大学爆炸灾害预防、控制国家重点实验室, 北京 100081)

**摘要:** 利用弹射弹单元试验数据和全弹鉴定试验数据, 应用多层 Bayes 可靠性评估方法对某弹射弹的可靠性进行了估计, 评估结果为该弹射弹的可靠性达到了 0.996。结果表明, 采用该方法是有效的, 比 GJB376 中规定的计数法要极大地降低全弹试验量。

**关键词:** 应用统计学; 弹射弹; 零失效数据; 先验分布; Bayes 估计; 多层分布

**中图分类号:** TJ450

**文献标识码:** A

### 1 引言

某弹射弹安装于某飞机火箭弹射座椅的弹射机构中, 在应急弹射时, 弹被击发, 弹中的火药燃烧产生的燃气在弹射机构中建立一定的工作压力, 使弹射机构的外筒被迫向上移动, 最终使人-椅获得一定的弹射初速<sup>[1]</sup>。

弹射弹是火箭弹射座椅系统中的关键部件, 它的可靠性高低直接关系到飞机火箭弹射座椅的工作可靠性和飞行员的生命。根据国军标《GJB3686-99》的规定, 在置信度为 0.90 情况下, 可靠度要求为 0.999。为此, 工厂进行了严格的可靠性设计、制造与管理, 保证了产品质量。但因评估其可靠性时采用的是传统的计数法, 需要的试验量很大, 一般规定先按可靠度 0.99 的指标进行鉴定和验收, 再进一步进行数据积累, 直至达到要求的可靠度指标要求。

由于弹射弹是一个结构较复杂, 价值较高的火工组件, 受试验成本和研制周期的限制, 鉴定和验收时试验数量较少, 尽管元件和组件试验均为零失效, 但应用计数法进行评估连可靠度为 0.99 的指标都达不到, 这种评估结果和生产方、使用方对本产品可靠性的经验定性评价极不相符, 为此提出用新的评估方法替代计数法。本文提出一种 Bayes 可靠性评估方法, 利用弹射弹单元试验信息和鉴定试验信息, 通过先验分布的选择, 比较准确地评估出了某弹射弹的可靠度, 对保证我国某飞机火箭弹射座椅的研制进度具有重要意义。

收稿日期: 2004-02-24; 修回日期: 2004-04-12

作者简介: 张天飞(1962-), 男, 博士生, 从事燃爆产品可靠性评估方法研究。e-mail: dhpphd@bit.edu.cn

### 2 经典估计

某弹射弹, 在鉴定批中, 总共生产量  $N$  为 270 发, 试验数  $n$  为 106 发, 不合格数  $F$  为 0, 因  $N < 10n$ , 可用超几何分布计算<sup>[2]</sup>, 计算公式如(1)所示:

$$\sum_{x=0}^F \frac{n!(N-n)!(N-NR)!(NR)!}{N!x!(n-x)!N-NR-x!(NR-n+x)!} = 1 - \gamma \quad (1)$$

在 0.90 置信度下, 根据鉴定试验数据, 计算得到可靠度  $R$  为 0.9825。

由于该可靠度没有达到规定的指标 0.99, 影响了鉴定工作的正常进行。

### 3 系统可靠性 Bayes 估计

Bayes 系统可靠性评估方法的思路是先将分系统的试验数据折合成系统试验之前的验前信息, 然后根据系统试验的数据, 综合验前信息, 对系统可靠性进行综合评定<sup>[3]</sup>。

#### 3.1 单元试验数据到系统试验数据的折合

##### 3.1.1 串联系统试验数据的折合

假设系统由  $k$  个成败单元串联组成, 其分系统试验数据为  $(n_i, s_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n_i$  表示试验数,  $s_i$  表示成功数, 应用成败型数据折算模型, 可以计算系统可靠性试验等效数据  $(N', S')$ ,  $N'$  表示等效系统试验数,  $S'$  表示等效系统成功数。

若在数据中有  $l$  个零失效数单元, 且试验数最小的单元也是零失效的, 有  $m$  个单元是失效数不为零的,  $m = k - l$ 。根据系统一、二阶矩相等的原理, 可求得系统的等效成败型数据  $(N', S')$  为:

$$N' = \frac{\prod_{i=1}^m \frac{n_i}{s_i} - 1}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{s_i} - \sum_{i=1}^m \frac{1}{n_i}}, S' = N' \prod_{i=1}^m \frac{s_i}{n_i} \quad (2)$$

若  $f_i = 0, f_i = n_i - s_i, i = 1, 2, \dots, k$  时, 即单元试验数据全为零失效数据, 则折合后的试验数据为  $(N', S')$  [6]:

$$(N', S') = (\min\{n_i\}, \min\{s_i\}), 1 \leq i \leq k \quad (3)$$

### 3.1.2 并联系统试验数据的折合

设有  $k$  个独立的成败单元并联系统, 数据记为  $(n_i, f_i), i = 1, 2, \dots, k$ , 数据中有  $l$  个零失效数单元, 且试验数最小的单元也是零失效的, 有  $m$  个单元是失效数不为零的,  $m = k - 1$ , 根据系统一、二阶矩相等的原理, 可求得系统的等效成败型数据  $(N', S')$  为:

$$N' = \frac{\prod_{i=1}^m \frac{n_i}{f_i} - 1}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{f_i} - \sum_{i=1}^m \frac{1}{n_i}}, S' = N' \prod_{i=1}^m \frac{f_i}{n_i} \quad (4)$$

若  $f_i = 0, f_i = n_i - s_i, i = 1, 2, \dots, k, n_i$  时相差不大, 则折合后的等效数据  $(N', S')$  为 [6]:

$$(N', S') = (\min\{n_i\}, \max\{n_i\}), 1 \leq i \leq k \quad (5)$$

### 3.2 先验分布的选取

由于弹射弹的单元试验数据和鉴定试验数据都属零失效数据, 本文主要讨论零失效数据情况下的先验分布的选取和 Bayes 估计。

#### 3.2.1 增函数法

文献[4]指出, 对于形如  $P(x=r) = C_n^r R^{n-r} (1-R)^r, r = 0, 1, 2, \dots, n$  的二项分布, 在零失效数据的情况下, 可选  $R$  的增函数  $\pi(R)$  作为  $R$  的先验分布的密度函数, 它符合在零失效时  $R$  大的可能性大, 而  $R$  小的可能性小的情况。

若可靠性的先验分布为  $\pi(R) \propto R^2, 0 < R < 1$ , 它是  $R$  的增函数, 对成败型数据, 在零失效情况下,  $R$  的似然函数为  $L(0/R) = R^n$ , 则  $R$  的后验分布为

$$h(R/n) = (n+3)R^{n+2} \quad (0 < R < 1)$$

在平方损失下, 则  $R$  的 Bayes 估计为

$$\hat{R} = \int_0^1 Rh(R/n) dR = \frac{n+3}{n+4} \quad (6)$$

#### 3.2.2 多层 Bayes 先验分布

在零失效数据情形下, 文献[5]中提出了多层先验分布的想法, 即在先验分布中含有超参数时, 可对超参数再给出一个先验分布。对二项分布, 可取可靠度  $R$  的先验分布为 Beta 分布, 其密度函数为:

$$\pi(R/a, b) = \frac{1}{B(a, b)} R^{a-1} (1-R)^{b-1}$$

其中  $a > 0, b > 0, 0 < R < 1, B(a, b) = \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx$ 。

那么如何确定 Beta 分布中的先验参数  $a$  和  $b$  呢? 若  $a$  与  $b$  独立, 由于  $a$  与  $b$  取不同值时, Beta 分布的差异较大, 在  $a \neq 1$  和  $b \neq 1$  的情况下, Beta 分布可以分为四种情况。其中只有当  $a > 1$  与  $b < 1$  时, Beta 分布的密度函数是  $R$  的增函数, 它符合在无失效时  $R$  大的可能性大, 而  $R$  小的可能性小的情况。这样可以确定超参数  $a$  与  $b$  的范围:  $a > 1, 0 < b < 1$ , 分别取  $(0, 1)$  和  $(1, c)$  区间上的均匀分布  $u(0, 1)$  和  $u(1, c), c > 1$ , 为常数, 作为  $b$  与  $a$  的先验分布, 即  $\pi(a) = u(0, 1)$  和  $\pi(b) = u(1, c)$ 。

定理 1 [4] 对二项分布,  $P(x=r) = C_n^r R^{n-r} (1-R)^r, r = 0, 1, 2, \dots, n$ , 若可靠度  $R$  的先验分布为 Beta 分布, 其密度函数为:  $\pi_1(R/a, b) = \frac{1}{B(a, b)} R^{a-1} (1-R)^{b-1}$ , 其中  $a > 1, 0 < b < 1$ ; 为超参数,  $0 < R < 1, B(a, b) = \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx$ 。若  $\pi_2(a) = u(1, c)$  和  $\pi_2(b) = u(0, 1), c > 1$  为常数, 在平方损失下, 则  $R$  的 Bayes 估计为

$$\hat{R} = \frac{\int_1^c \int_0^1 [B(a+n+1, b)/B(a, b)] da db}{\int_1^c \int_0^1 [B(a+n, b)/B(a, b)] da db} \quad (7)$$

## 4 某弹射弹 Bayes 可靠性估计

某弹射弹由两个底火、一块点火药饼、一个药柱和弹壳等单元组成, 如图 1 所示。

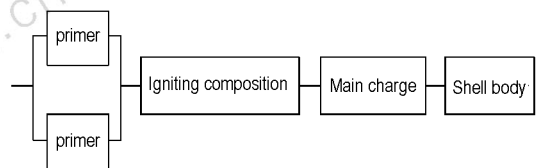


图 1 某弹射弹结构框图

Fig. 1 Structural block of a cartridge of ejector

这是一个成败型串并联混合系统。两个底火并联后, 再和其他元件串联而成。在将单元试验数据折合为系统试验数据时, 可先将并联部分作为一个子系统, 求出该子系统折算后的数据, 然后与其它元件构成一个串联系统。由于弹壳每个都要进行全面检查, 保证内壁光滑, 外壁无花纹, 又采取退火等措施处理, 可暂假设弹壳的可靠度为 1。某弹射弹的各单元的试验数据为: 点火药饼试验 1 510 发, 全发火; 主装药试验 141 发, 全发火; 底火试验 3 474 发, 全发火。

对以上各单元试验数据进行折合,折合成系统等效试验数据为:  $N' = 141, F' = 0$ , 其中  $N'$  为等效系统试验数,  $F'$  为等效系统试验失效数。

折合后的系统数据并不是系统本身的试验数据,但可视为等效于系统进行计数试验的数目<sup>[6]</sup>。因此可以将折合后的系统试验数据与系统鉴定试验数据合并,则相当于某弹射弹进行了  $n = 141 + 106 = 247$  次试验,无一失效,其中 141 为折合后的某弹射弹试验数据,106 为某弹射弹鉴定试验数据。

#### 4.1 增函数法的 Bayes 可靠性估计

若可靠性  $R$  的先验分布为  $\pi(R) \propto R^2, 0 < R < 1$ , 它是  $R$  的增函数,对成组型数据,在零失效情况下, $R$  的似然函数为  $L(0/R) = R^n$ ,则在平方损失下, $R$  的 Bayes 估计为:

$$\hat{R} = \frac{n+3}{n+4} = \frac{250}{251} = 0.996016$$

#### 4.2 多层 Bayes 可靠性估计

若可靠性  $R$  的先验分布选取 Beta 分布,多层分布选为均匀分布。考虑到 Beta 分布的性质,在  $0 < b < 1$  的情况下, $a$  越大,Beta 分布的密度函数的尾部越细,从 Bayes 估计的稳健性角度来看,尾部越细的先验分布常使 Beta 估计的稳健性差,因此  $a$  不宜过大,应有一个界限,计算中  $2 < c < 8$  (如可居中取  $c = 5$ )<sup>[4]</sup>,经计算可得,该弹射弹可靠性  $R$  的多层 Bayes 估计为:  $\hat{R} = 0.996023$ 。该评估结果与先验分布选为  $\pi(R) \propto R^2$  时的结果很接近,可以为生产方和使用方在鉴定时提供一个有价值的参考。

若要评估 0.999 可靠度指标,根据以上 Bayes 评估方法,在不增加全弹试验量的情况下,可以通过增加单元试验来实现。对某弹射弹来说,根据公式(6),在 106 发全弹试验和单元数据折合后的系统试验数据 141 发的基础上,只要再增加 749 发主装药的试验,试验结果若为全发火,就可以评估出该弹射弹达到了 0.999 可靠度指标。比采用计数法,要进行 2 303 发全弹试验,无一失效,极大地降低了全弹试验量。

## 5 结论

通过选用不同的先验分布,对某弹射弹零失效数据进行了可靠性估计,得到的评估结果是很接近的,说明选用的先验分布是稳健的,评估结果可供产品鉴定时参考。

采用 Bayes 方法,利用某弹射弹单元试验数据和鉴定试验数据进行可靠度评估,在满足可靠性指标前提下,可大幅度减少评估用的全弹试验量。

#### 参考文献:

- [1] 张天飞,马金贵,李吉田. 某弹射弹推进剂装药设计[J]. 火炸药学报,2003,26(3): 5-8.  
ZHANG Tian-fei, MA Jin-gui, LI Ji-tian. The design and investigation of a ejection cartridge[J]. *Chinese Journal of Explosives & Propellants*, 2003, 26(3): 5-8.
- [2] GJB376-87. 火工品可靠性评估方法[S]. 北京: 国防科工委军标出版发行部. 1987.  
GJB376-87. Assessment method of reliability of initiating devices[S]. Beijing: Military Standard Press of Commission of Science Technology and Industry for National Defense, 1987.
- [3] 唐雪梅,张金槐,邵凤昌,等. 武器装备小子样试验分析与评估[M]. 北京: 国防工业出版社,2001.  
TANG Xue-mei, ZHANG Jin-huai, Shao Feng-chang, et al. Test Analysis and Evaluation of Weapon Systems in Small-sample Circumstances[M]. Beijing: Press of Industry for National Defense, 2001.
- [4] 韩明. 二项分布无失效数据的 Bayes 可靠性分析[J]. 运筹与管理,1996,5(4).  
HAN Ming. Bayesian reliability analysis of binomial distribution zero-failure data[J]. *Operations Research and Management Science*, 1996, 5(4).
- [5] Lindley D V, Smith A F M. Bayes Estimation for the linear model[J]. *J. Roy. Statist. Soc. (Ser B)*, 1972, 34: 1-41.
- [6] 徐振相,秦士嘉. 火工品可靠性技术-基础与管理[M]. 兵器工业出版社,1996. 12.

(下转 304 页)

为  $10 \text{ mg} \cdot \text{m}^{-3}$ , 二级采样中未有丁酮、甲苯检出。故一级采样可以满足实验室研究要求。

#### 4 结 论

以工业生产中实际存在的丁酮-甲苯混合组分作为 VOCs 代表物质, 经溶剂吸收采集样品后用气相色谱测定。实现了一种吸收剂同时吸收采集两种组分。该方法有良好的线性关系和较好的精密度, 一级采样可以满足实验室研究要求。实验结果表明, 正己醇是丁酮-甲苯混合组分合适的吸收剂。

#### 参考文献:

- [1] 李国文, 樊青娟, 刘强, 等. 挥发性有机废气(VOCs)的污染控制技术[J]. 西安建筑科技大学学报, 1998, 30(4): 399-402.  
LI Guo-wen, FAN Qing-juan, LIU Qiang, et al. The control technique over the pollution caused by VOCs [J]. Xi'an univ. of Arch. & Tech., 1998, 30(4): 399-402.
- [2] 李浩春, 卢佩章. 气相色谱法[M]. 北京: 科学出版社, 1998. 353-357.
- [3] 司航. 有机化工原料[M]. 化工产品手册(第三版). 北京: 化学工业出版社, 2001.

## Absorbing of Butanone-toluene and Determination by Gas Chromatography

ZHU Ming, ZHAO Jun-ke

(Institute of Environmental Protection Engineering, CAEP, Mianyang 621900, China)

**Abstract:** Absorbed by solvent, butanone-toluene mixture was analyzed by gas chromatography (GC). The absorbent could absorb two substances at the same time. This method has higher linearity and precision, and actual sampling meets the practical demands. Furthermore, the selecting absorbent for butanone-toluene mixture was discussed. The selection conditions for absorbent were given. Results showed that the *n*-hexanol was the proper absorbent for butanone-toluene mixture.

**Key words:** analytic chemistry; butanone-toluene; gas chromatography (GC); absorbent; sampling

(上接 299 页)

## Bayesian Reliability Estimation of a Cartridge of Ejector with Zero-failure Data

ZHANG Tian-fei, CAI Rui-jiao, DONG Hai-ping, WEN Yu-quan

(National Key Lab of Prevention and Control of Explosion Disaster,  
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** The reliability of a cartridge of ejector is estimated by hierarchical Bayes reliability estimation method, based on whole cartridge of ejector test data and its unit test data. The reliability of the cartridge of ejector is reach 0.996 and the estimation result shows the method is effective and the required test number is less than that by attributes method in GJB376.

**Key words:** cartridge of ejector; zero-failure data; prior distribution; Bayes estimation; hierarchical prior distribution