

基于混合先验分布的弹射弹 Bayes 可靠性估计

张天飞¹, 董海平¹, 蔡瑞娇¹, 郝志²

(1. 北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081; 2. 中国北方工业集团公司, 北京 100821)

摘要: 建立了一种综合利用单元试验数据和系统试验数据的弹射弹 Bayes 可靠性评估方法。该方法通过建立基于继承因子的混合 Beta 先验分布, 结合弹射弹试验数据确定后验分布, 最后通过后验分布推断弹射弹可靠性。采用该方法及 GJB376-1987 方法和传统贝叶斯方法, 对某型弹射弹可靠性进行了评估。结果表明, 在置信水平 0.90 情况下, 三种方法可靠度评估结果分别为 0.9922, 0.978, 0.996。表明本文方法是有效的, 在相同的现场试验情况下, 评估结果比经典统计方法更合理。

关键词: 军事化学与烟火技术; 弹射弹; 可靠性; 混合 Beta 分布; 继承因子; 后验分布

中图分类号: TJ450; O69

文献标识码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1006-9941.2012.01.027

1 引言

弹射弹是战斗机火箭弹射座椅救生系统中的关键子系统, 它的可靠性高低直接关系到飞机火箭弹射座椅的工作可靠性和应急情况下挽救飞行员生命的成功率。根据国军标 GJB3686-1999^[1] 的规定, 在置信度为 0.90 情况下, 弹射弹可靠度要求为 0.999。在设计定型时, 若按国军标 GJB376-1987^[2] 进行评估, 需要进行 2303 次试验, 且无一失效。由于试验是破坏性的, 受费用、进度等因素的限制, 在设计定型时不可能进行这么多的试验。实际工程中, 一般先按门限值 0.99 的指标进行鉴定和验收, 将来再进行数据积累。但是, 由于受试验成本的限制, 若采用 GJB376 规定的计数法来评估, 往往连门限值也较难达到, 常常造成产品不能按时设计定型。

实际上, 研制方为了保证弹射弹达到要求的可靠性指标, 在研制过程中进行了精心的设计、制造和大量的试验。GJB376 规定的基于二项分布的经典统计方法忽略了这些过程试验信息, 仅仅利用了鉴定时弹射弹试验数据, 致使评估结果不能准确反映真实的可靠性水平。为了利用弹射弹过程试验数据, 文献[3]针对试验数据零失效的特点, 利用弹射弹单元试验数据和鉴定试验数据, 通过先验分布的选择, 进行了 Bayes

估计, 较真实地反映了弹射弹的可靠性水平。但在处理过程中把单元试验数据直接作为先验信息, 没有考虑到单元试验数据与弹射弹试验数据之间的异总体特性对弹射弹可靠性评估结果的影响, 导致该方法评估结果的可信性和实用性还有待提高。最近几年对 Bayes 估计中先验信息与现场试验信息异总体对可靠性评估结果的影响的研究, 已经取得了一些进展^[4-6], 形成的评估方法适用于指标为 0.99 左右的产品可靠性评估, 可解决本文涉及到的弹射弹的门限值可靠性评估的问题。因此, 本研究在前人成果的基础上, 引入继承因子, 提出一种基于混合先验分布的弹射弹 Bayes 可靠性评估方法, 通过继承因子综合利用弹射弹单元试验数据和系统试验数据, 使评估结果更符合实际。

2 基于混合先验分布的 Bayes 可靠性评估方法

2.1 传统的 Bayes 估计

基于 Bayes 理论的可靠性评估方法的思路是先收集系统试验之前的可靠性信息, 把这些信息视为系统可靠性验前信息, 然后根据系统现场试验数据, 综合验前信息, 对系统可靠性进行综合评估^[7]。

Bayes 方法的关键在于利用先验信息确定先验分布, 对于成败型试验的总体(二项分布), 工程应用中, 先验分布通常是采用其共轭分布——Beta($R|a, b$)分布, 其密度函数为:

$$\pi(R) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} R^{a-1} (1-R)^{b-1} \quad (1)$$

式中, $0 < R < 1$, a, b 为先验分布的超参数。超参数是

收稿日期: 2011-03-04; 修回日期: 2011-04-26

作者简介: 张天飞(1962-), 男, 博士, 从事航空武器装备系统工程研究。

通讯联系人: 董海平(1969-), 男, 副教授, 从事火工燃爆系统可靠性技术研究。e-mail: dhpphd@bit.edu.cn

利用先验信息确定的,本文的先验信息主要是指由弹射弹单元试验数据折算的弹射弹虚拟等效试验数据。

有了先验分布,取得了弹射弹鉴定试验数据 (n, s) , n 为试验数, s 为成功数, $f = n - s$ 为失败数,可以得到后验分布 $\text{Beta}(R|a + s, b + f)$,其密度函数为:

$$\pi(R|s, f) = \frac{\Gamma(a + b + s + f)}{\Gamma(a + s)\Gamma(b + f)} R^{a+s-1} (1 - R)^{b+f-1} \quad (2)$$

关于总体的任何统计推断都是基于后验分布的。在可靠性评定问题中,置信度为 γ 的可靠度下限 R_L 由下式解出:

$$\int_0^{R_L} \pi(R|s, f) dR = 1 - \gamma \quad (3)$$

2.2 混合先验分布的确定

弹射弹的研制和定型存在一个从单元到系统的研制和试验过程。单元的可靠性信息直接反映和决定弹射弹可靠性。或者说,弹射弹的高可靠性是通过控制单元的可靠性和加工工艺水平来保证的。因此,对于弹射弹可靠性评估来说,单元可靠性信息是弹射弹可靠性的重要历史信息或先验信息,是弹射弹在考察和验证其可靠性水平时所进行试验不可缺少的补充,充分利用这些历史信息可以弥补弹射弹试验数量的不足。这些历史信息,与弹射弹试验数据相比,表现为既有联系,又有区别。为保守起见,一般认为弹射弹试验数据与历史信息来自两个不同的总体 X 和 Y 。为了尽量减少历史信息与弹射弹试验数据异总体对弹射弹可靠性评估结果的影响,同时又充分利用历史信息,可引入混合先验分布。对于成败型总体,其混合先验分布为^[5]:

$$\pi_p(R) = \rho\pi(R) + (1 - \rho) \quad 0 \leq \rho \leq 1 \quad (4)$$

式中, ρ 称为继承因子, $(1 - \rho)$ 称为更新因子。

由式(4)可见,混合先验是由基于系统虚拟等效数据所得的 $\text{Beta}(a, b)$ 与基于 Bayes 假设的 $(0, 1)$ 上的均匀分布的 $\text{Beta}(a, b)$ 加权和。继承因子反映了两个总体间的差异,或者说其可靠性方面的相似程度。

当 $\rho = 1$, 认为两总体是完全相同的,此时混合先验 $\pi_p(R)$ 就是共轭先验 $\text{Beta}(a, b)$, 也就是完全使用系统虚拟等效数据作为先验信息。

当 $\rho = 0$, 认为两总体完全不同,此时混合先验 $\pi_p(R)$ 就是 $[0, 1]$ 上的均匀分布,也就是完全不用系统虚拟等效数据。

当 $0 < \rho < 1$, 是介于两者之间的情形,即:两总体是相似(或者说是相近)的,此时部分的使用系统虚拟等效数据中的数据信息。

所以,混合先验 $\pi_p(R)$ 的使用是对经典统计方法和传统 Bayes 方法的合理折衷,综合考虑了各种情况,

可以适用于更加广泛的范围,比共轭先验 $\text{Beta}(a, b)$ 更加合理。

2.3 基于混合先验分布的 Bayes 估计

有了式(4)的混合先验,取得弹射弹试验数据 (n, s) , 就可以导出后验密度:

$$\pi_p(R|n, s) = \frac{M\text{Beta}(s + 1, n - s + 1) + N\text{Beta}(s + a, n - s + b)}{M + N} \quad (5)$$

式中, $M = (1 - \rho)\beta(a, b)\beta(s + 1, n - s + 1)$;

$$N = \rho\beta(s + a, n - s + b)$$

由式(5)可见,后验密度 $\pi_p(R|n, s)$ 也是两个后验密度的加权和。同样,对于可靠性评定问题,给定置信度后,可靠性下限 R_L 从式(6)解出:

$$\int_{R_L}^1 \pi_p(R|n, s) dR = \gamma \quad (6)$$

由式(4)知,混合 Beta 先验带来了一个新的参数——继承因子 ρ 。 ρ 反映了系统虚拟等效数据与弹射弹试验数据在可靠性方面的相似程度。由系统论可知,单元的简单相加并不等于系统,经过数据等效处理后,如果由单元可靠性到系统的可靠性有较大的变动,则 ρ 的取值较小;反之,若单元可靠性能较好的反映系统的可靠性,则 ρ 的取值较大。所以,如何确定 ρ 的问题就十分重要。本文采用文献[5]给出的利用两样本的卡方拟合优度检验方法来确定继承因子 ρ 。

2.4 零失效数据的处理

弹射弹由于其可靠性要求高,其试验数据一般是零失效的,而且其虚拟等效试验数据也一般是零失效的,此时应用混合 Beta 先验分布的方法存在困难,因为用式(5)求后验分布时, M 的值无穷大。针对这种试验数据都是零失效的情况,给出一种解决方案。

首先,假设系统虚拟等效试验数据为 1 失效,与零失效的弹射弹试验数据结合应用混合 Beta 先验分布的方法作出评估,结果为 R_L , $0 < R_L < 1$, 然后取 $(R_L, 1)$ 上的均匀分布再作为 R 的先验分布,根据 Bayes 定理,系统可靠度 R 的后验分布为:

$$\pi(R|n) = \frac{(n + 1)}{(1 - R_L^{n+1})} R^n, (R_L < R < 1) \quad (7)$$

则 R 的置信水平为 γ 的单侧 Bayes 置信下限 R_{BL} 由式(9)确定:

$$\int_{R_{BL}}^1 \pi(R|n) dR = \gamma \quad (8)$$

由式(7)、式(8)可解得

$$R_{BL} = [1 - \gamma + \gamma \times R_L^{n+1}]^{\frac{1}{n+1}} \quad (9)$$

3 某弹射弹 Bayes 可靠性估计

某弹射弹由两个底火、一块点火药饼、一个药柱和弹壳等单元组成,如图 1 所示。

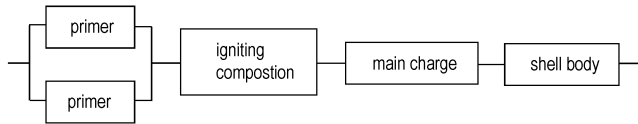


图 1 某弹射弹结构框图

Fig. 1 Structural block of a cartridge of ejector

这是一个成败型串并联混合系统。两个底火并联后,再和其他元件串联而成。在将单元试验数据折合为系统试验数据时,可先将并联部分作为一个子系统,求出该子系统折算后的数据,然后与其它元件构成一个串联系统。由于弹壳每个都要进行全面检查,保证内壁光滑,外壁无花纹,又采取退火等措施处理,可假设弹壳的可靠度为 1。某弹射弹的各单元的试验数据为:点火药饼试验 1510 发,全发火;主装药试验 141 发,全发火;底火试验 3474 发,全发火。该弹射弹鉴定试验 106 发,全发火。如果仅仅利用鉴定试验数据,采用传统计数法进行评估,该弹射弹在置信水平为 0.90 下,可靠度下限达到了 0.978,未达到门限值 0.99。采用本文提出的方法对该弹射弹的可靠性进行了评估。

本系统的单元试验数据都是零失效的,其数据折合有如下定理^[8]。

定理 1: 一个串联系统由 m 个单元组成,其试验数

据为 $(n_j, f_j), j = 1, 2, \dots, m$, 其中 $f_j = 0, j = 1, 2, \dots, m$, 则等效于系统进行二项试验: $(f, n) = (0, \min_{1 \leq j \leq m} \{n_j\})$ 。

该定理表明当对零失效数据进行折合时,取其单元中最小的试验量作为系统的等效试验量,这是一种保守的处理。对以上各单元试验数据进行折合,折合成系统等效试验数据为: $N' = 141, F' = 0$, 其中 N' 为等效系统试验数, F' 为等效系统试验失效数。

按 2.4 节中零失效处理方法,先设系统虚拟等效试验为 1 失效,等效虚拟数据数据为 $(141, 140, 1)$, 结合弹射弹试验数据 $(106, 106, 0)$, 应用混合 Beta 先验分布的 Bayes 方法计算得到 R 的置信水平为 $1 - \alpha = 0.9$ 的评估结果为 $R_L = 0.9907$ (其中继承因子 $\rho = 0.6204$)。然后取 $(R_L, 1)$ 上的均匀分布作为 R 的先验分布,计算得到 R 的置信水平为 $1 - \alpha = 0.9$ 的单侧 Bayes 置信下限为 0.9922。

作为对比,表 1 给出了由 3 种不同评定方法所得到的评定结果。其中,方法 1 是本文所提出的方法;方法 2 是经典方法^[2];方法 3 是文献[3]中直接使用历史数据作为先验信息的贝叶斯方法。

从表 1 中的结果可见,方法 2 仅利用了弹射弹鉴定试验数据,未利用先验信息,由它得到的可靠度下限最保守;方法 3 直接使用了历史数据,由它得到的可靠度下限最高,评定结果“冒进”的风险较大;本文方法(方法 1)考虑了虚拟等效试验数据与鉴定试验数据总体的差异性,对先验信息的利用通过继承因子来反映两总体的差异性,评估结果介于二者之间。

表 1 3 种方法的比较(置信度 0.9)

Table 1 Comparison of reliability low limit among method 1, 2 and 3 at confidence level of 0.9

virtual test data			qualification test data of cartridge of ejector			reliability low limit		
test number	success number	failure number	test number	success number	failure number	method 1	method 2	method 3
141	141	0	106	106	0	0.9922	0.978	0.996

4 结论

利用由单元试验数据折合成的虚拟等效试验数据和弹射弹鉴定试验数据,采用本文提出的 Bayes 可靠性评估方法,可推断出弹射弹的可靠性下限已达到 0.9922,比传统方法提高了评估精度,可解决弹射弹设计定型时甚至连门限值都难以评估的问题。本文方法考虑了先验信息与现场样本可能来自不同总体的情况,引进了继承因子,较为合理地利用了历史信息,减少了弹射弹试验样本量。但该方法在计算上比经典方法和以 Beta 分布为先验分布的贝叶斯方法要复杂,并

且,由于对先验信息的使用取决于先验信息与现场试验数据的相近程度,所以先验信息与评定结果间的关系不够直观。

参考文献:

[1] GJB3686 - 1999. 航空座椅弹射规范[S]. 中国人民解放军总装备部军标出版发行部,1999.
 GJB3686 - 1999. Ejection specification for aviation seat [S]. Military Standard Press of General Armament Department of People's Army of China,1999.
 [2] GJB376 - 1987. 火工品可靠性评估方法[S]. 北京:国防科工委军标出版发行部,1987.
 GJB376 - 87. Assessment method of reliability of initiating de-

- vices[S]. Beijing: Military Standard Press of Commission of Science Technology and Industry for National Defense,1987.
- [3] 张天飞,蔡瑞娇,董海平,等. 某弹射弹零失效数据 Bayes 可靠性估计[J]. 含能材料,2004,12(5): 297-299.
ZHANG Tian-fei,CAI Rui-jiao,DONG Hai-ping, et al. Bayesian reliability estimation of a cartridge of ejector with zero-failure data[J]. *Chinese Journal of Energetic Materials (Hanneng Cailiao)*,2004,12(5): 297-299.
- [4] Kleyner A. Bayesian techniques to reduce the sample size in automotive electronics attribute testing[J]. *Microelectronics Reliability*,1997,37(6): 879-883.
- [5] 王玮,周海云,尹国举. 使用混合 Beta 分布的 Bayes 方法[J]. 系统工程理论与实践,2005,25(9): 142-144.
WANG Wei,ZHOU Hai-yun,YIN Guo-ju. Bayes method with mixed beta distribution[J]. *Systems Engineering Theory & Practice*,2005,25(9): 142-144.
- [6] 董海平,蔡瑞娇,王玮. 基于混合 Beta 分布的火箭弹射座椅可靠性评估[J]. 航空学报,2009,30(2): 232-235.
DONG Hai-ping,CAI Rui-jiao,WANG Wei. Reliability assessment of rocket ejection seat based on mixed beta distribution[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*,2009,30(2): 232-235.
- [7] 唐学梅,张金槐,邵凤昌,等. 武器装备小子样试验分析与评估[M]. 北京: 国防工业出版社,2001: 188-194.
TANG Xue-mei,ZHANG Jin-huai,SHAO Feng-chang, et al. Test Analysis and Evaluation of Weapon Systems in Small-sample Circumstances[M]. Beijing: Press of National Defense Industry, 2001: 188-194.
- [8] 周源泉. 可靠性评定[M]. 北京: 科学出版社,1990.
ZHOU Yuan-quan. Reliability Assessment[M]. Beijing: Press of Science,1990.

Reliability Assessment of Cartridge of Ejector Based on Mixed Beta Distribution

ZHANG Tian-fei¹, DONG Hai-ping¹, CAI Rui-jiao¹, HAO Zhi²

(1. State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 2. China North Industries Group Corporation, Beijing 100821, China)

Abstract: A Bayesian reliability assessment method for cartridge of ejector was proposed. The reliability information of whole cartridge and its subsystems was comprehensively utilized in this method. Firstly, inheritance factor was determined, then mixed Beta distribution was established based on the reliability information of whole cartridge and its subsystems, lastly, the posterior distribution was used to assess system reliability. With new method and GJB376-1987 method and the traditional Bayesian method, the reliability of a cartridge ejector was respectively evaluated to reach 0.9922, 0.978, 0.996 under the confidence level 0.90. The result shows that the new method is effective to evaluate the reliability of cartridge of ejector.

Key words: military chemistry and pyrotechnics technique; cartridge of ejector; mixed Beta distribution; inheritance factor; posterior distribution

CLC number: TJ450; O69

Document code: A

DOI: 10.3969/j.issn.1006-9941.2012.01.027