

文章编号: 1006-9941(2008)05-0556-04

基于序约束的火工品可靠性试验数据分析

洪东跑¹, 赵宇¹, 温玉全²

(1. 北京航空航天大学工程系统工程系, 北京 100191;

2. 北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081)

摘要:为了能在较小样本量下提高火工品可靠性试验数据分析效果,研究了 Langlie 法试验,给出了火工品可靠性试验数据分析方法。该方法利用保序回归对 Langlie 法试验数据进行处理,给出参数的序约束估计。模拟结果表明基于序约束的 Langlie 试验数据的位置参数估计具有较优的统计性质。最后利用该方法对某针刺雷管进行可靠性评估,并与大样本方法比较,表明该方法可以利用 65 个样本在置信水平为 0.9 时对可靠性为 0.999 的火工品进行评估。

关键词:系统工程; 火工品; 可靠性; Langlie 试验; 序约束

中图分类号: TJ55; TB114.3

文献标识码: A

1 引言

火工品的可靠性分析方法主要分为参数法和非参数法。非参数法是指在某一固定刺激量处试验,利用经典方法分析其可靠性^[1]。由于火工品可靠性往往很高,利用该方法,需要非常大的样本量,不仅工作量大而且试验费用昂贵。参数法是指根据产品的相关信息及工程经验,假定感度服从某种分布,按照一定的方法在不同的刺激量处进行敏感性试验,利用该试验数据进行可靠性分析^[2]。但由于感度分布参数的估计值可能有较大的误差,有可能导致分位点估计或可靠度估计结果误差较大^[3]。文献[4]将参数法和非参数法相结合,给出了在较小的样本量下实现对高可靠性要求的火工品的可靠性评估方法。但该方法需要较好地估计位置参数,由于 Langlie 法试验^[5]在较小的样本量下能较好地估计位置参数,故其能较好地满足该方法的要求。由于火工品临界刺激量的随机性,在较小的样本量下,Langlie 法试验数据往往不满足一定的序约束条件。即在低刺激量点试验的响应率高于在高刺激量点试验的响应率,工程中通常称为“倒挂”。如果利用该数据进行参数估计,可能会与实际偏差较大;而放弃这些试验数据,重新进行试验,则会增加试验费用;如果继续追加试验样本量,直到试验数据满足约束条件,试验样本量可能更大。

为了在较小样本量下提高火工品可靠性试验数据

分析效果,本文利用保序回归的方法对 Langlie 试验数据进行处理,并通过选取合适的统计模型,给出火工品可靠性试验数据分析方法。

2 基于序约束的 Langlie 试验数据分析

2.1 Langlie 法试验

Langlie 法^[5]可以看作是一种变步长的升降法,它的试验程序规定了一种按当前的响应与否的试验结果,追求以 0 和 1 响应个数相等的两次刺激量平均值作为下一个试验点的刺激量,从而保证总的 0 和 1 个数相等,使得试验刺激量在均值两边的取值概率各为 50%。由于步长在试验进程中随时得到调整,可以是试验刺激量很快收敛于感度分布的均值附近,所以直观上 Langlie 法更有利于获得位置参数的样本信息,位置参数估值应该比升降法更稳定。

根据经验,取刺激量下限 x_L 和上限 x_U ,第一次试验刺激量为 $x_1 = (x_L + x_U)/2$,试验结果用响应数 $n_1 = 0$ 或 $n_1 = 1$ 表示。此后,做完第 i 次试验,下一次试验刺激量为: $x_{i+1} = (x_i + x'_i)/2$,其中 x'_i 的确定方法是:从响应数 δ_i 开始,依次向回数 $\delta_{i-1}, \delta_{i-2}, \dots$ 取值 1 和 0 的个数,设当数到 δ_j 时第一次出现两个值个数相等,则取 $x'_i = x_j$; 如果一直数到 δ_1 都没有相等出现,则取

$$x'_i = \begin{cases} x_U, \delta_i = 0 \\ x_L, \delta_i = 1 \end{cases}$$

这样一次次地试验,直到完成预定的试验量 N 。由试验数据得感度分布参数的极大似然估计,当数据存在“混合区”即最大不响应刺激量要大于最小响应刺激量时,极大似然估计唯一^[6]。在实际应用中,如

收稿日期: 2008-07-21; 修回日期: 2008-09-08

作者简介: 洪东跑(1983-),男,博士研究生,从事可靠性统计分析。

果数据不存在“混合区”需要重新进行 Langlie 试验。

理论上 Langlie 法试验刺激量一般不重复,即一个刺激量试验一个样本,但对于机械类火工品,由于试验条件限制,试验刺激量一般只能精确到毫米级,这就有可能产生在一个刺激量试验多个样本的情况。在对这类感度试验数据进行统计分析时,按刺激量的升序排列,可表示成如下形式:

$$\begin{cases} x_1, x_2, \dots, x_k \\ n_1, n_2, \dots, n_k \\ m_1, m_2, \dots, m_k \end{cases} \quad (1)$$

其中, k 为刺激量个数, $x_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 为试验刺激量, m_i 为在 x_i 试验的失效数, n_i 为在 x_i 试验的响应数,且 $N = \sum_{i=1}^k (m_i + n_i)$ 。假设感度分布类型已知,对式(1)的数据进行分析可得参数的极大似然估计。

设火工品在刺激量 x_i 的响应概率为 $r_i (i = 1, 2, \dots, k)$,通常 r_i 关于 x_i 是单调递增的,即 $r_1 < r_2 < \dots < r_k$ 。利用式(1)试验数据可得 r_i 的估计值 $\hat{r}_i = n_i / (n_i + m_i)$ 。由于火工品临界刺激量的随机性,在较小的样本量下, \hat{r}_i 往往不是单调递增的,即有 $\hat{r}_i > \hat{r}_j (1 \leq i < j \leq k)$,利用该样本数据获得的参数估计可能与真实的参数偏差较大。

2.2 基于序约束的参数估计

由于样本的随机性可能导致参数估计的误差较大,甚至明显不合实际,这就需要对估计或样本进行某种条件的约束,使其估计值更合理,这就形成了约束条件下的统计推断。保序属于约束条件的一种,它是指所估计的参数满足某种特定的顺序,而保序回归是约束条件下的统计推断的一种最基本的形式^[7]。

一般利用 PAVA (Pool Adjacent Violators Algorithm)^[8],求解保序回归,本文并不详细讨论保序回归的性质及 PAVA 算法。由于 $r_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 是一种简单半序,本文基于 PAVA 算法,结合火工品试验的特点,给出 Langlie 法试验数据的序约束分析,步骤如下:

① 由式(1) Langlie 法试验数据可得刺激量处 x_i 的响应概率的估计值 $\hat{r}_i (i = 1, 2, \dots, k)$,其中 k 为试验刺激量个数。

② 从 \hat{r}_1 开始依次对 $\hat{r}_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 进行两两比较,如果 $\hat{r}_i > \hat{r}_{i+1} > \dots > \hat{r}_{i+j} (1 \leq j \leq k - i)$,则

$$\hat{r}_{i+s} = \frac{\sum_{t=0}^j (n_{i+t} + m_{i+t}) \hat{r}_{i+t}}{\sum_{t=0}^j (n_{i+t} + m_{i+t})} \quad (s = 0, 1, \dots, j)$$

比如 $\hat{r}_i > \hat{r}_{i+1}$,则

$$\hat{r}_{i+s} = \frac{\sum_{t=0}^1 (n_{i+t} + m_{i+t}) \hat{r}_{i+t}}{\sum_{t=0}^1 (n_{i+t} + m_{i+t})} \quad (s = 0, 1)$$

以此类推。

③ 如果 $\hat{r}_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 不满足序约束,则重复②,否则转④。

④ $\hat{n}_i = (m_i + n_i) \hat{r}_i$, $\hat{m}_i = n_i + m_i - \hat{n}_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 。

取 $n_i = \hat{n}_i$, $m_i = \hat{m}_i (i = 1, 2, \dots, k)$,代入式(1),假设火工品的感度分布类型已知,利用该数据可求得参数的极大似然估计,在此称之为序约束估计。

3 数值模拟

利用 Monte-Carlo 方法模拟 Langlie 试验。对 Langlie法试验数据进行序约束分析,研究序约束估计的效果。以正态分布为例,Langlie 法最优的试验条件为: $x_L = \mu - 4\sigma$ 和 $x_U = \mu + 4\sigma$ 。由于模拟是为了对序约束估计与无约束估计进行比较,故应该在不同的条件下进行模拟试验。假设参数的初始估计为 $\tilde{\mu}$ 和 $\tilde{\sigma}$,取 $x_L = \tilde{\mu} - 4\tilde{\sigma}$ 和 $x_U = \tilde{\mu} + 4\tilde{\sigma}$ 。取样本量为 10 到 50 分别重复模拟 5000 次(样本量低于 10,试验数据很难出现数据混合区)。为了与工程实际相符,在模拟的过程中试验刺激量的计算精确到 0.1σ 。取初始值为 $\tilde{\mu} = \mu$ 和 $\tilde{\sigma} = (0.5, 1.0, 2.0)\sigma$ 进行组合,同时也取 $\tilde{\mu} = \mu \pm (1, 2)\sigma$ 和 $\tilde{\sigma} = (0.5, 1.0)\sigma$ 进行组合。由于本文只用 Langlie 法试验来估计位置参数,故只对位置参数的模拟结果进行了对比分析。计算各种初始参数组合下,位置参数 μ 模拟均方误差(MSE),记 mean 为参数 μ 的期望。

图 1 和图 2 给出了 μ 的两种估计的 MSE/mean 随着样本变化的曲线。由于篇幅有限,本文只给出了两种初始参数组合的曲线,其他组合的曲线得到的结论如下文。由图 1 和图 2 可知两条曲线都随着样本量单调递减,即两种估计都具有相合性。当初始参数 $\tilde{\mu}$ 和 $\tilde{\sigma}$ 与真值一致时,序约束估计的曲线略低于无约束估计曲线。当 $\tilde{\mu} = \mu$ 和 $\tilde{\sigma} = (0.5, 1.0)\sigma$,序约束曲线略低于无约束估计曲线。且对于相同的样本量,当 $\tilde{\mu} = \mu$ 时, $\tilde{\sigma}$ 越精确,参数估计的效果越好。当 $\tilde{\sigma} = \sigma$ 和 $\tilde{\mu} = \mu \pm \sigma$,序约束曲线低于无约束估计曲线,且当刻度

参数与真值一致时,参数估计对位置参数的初始估计依赖较小。当 $\tilde{\mu} = \mu \pm \sigma$ 和 $\tilde{\sigma} = (0.5, 1.0)\sigma$ 时,序约束估计曲线明显低于无约束估计曲线,而且无约束估计对初始参数估计的依赖较强。综上所述可知,利用 Langlie 法试验,位置参数的序约束估计要优于无约束估计。

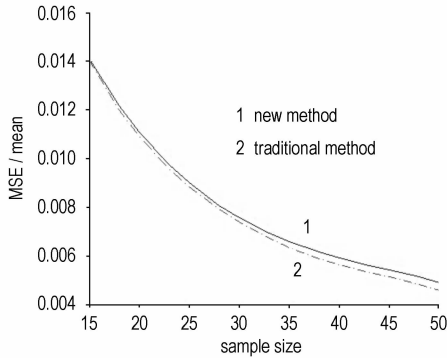


图 1 参数 μ 估计的效果 ($\tilde{\mu} = \mu$ 和 $\tilde{\sigma} = \sigma$)

Fig. 1 Efficiency in estimating μ when $\tilde{\mu} = \mu$ and $\tilde{\sigma} = \sigma$

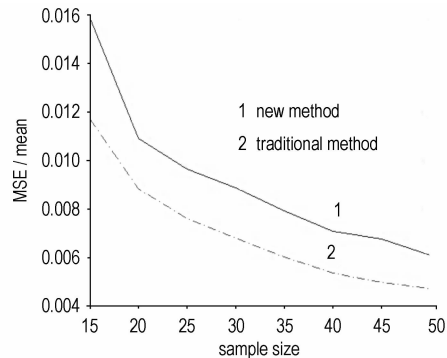


图 2 参数 μ 估计的效果 ($\tilde{\mu} = \mu - \sigma$ 和 $\tilde{\sigma} = 0.5\sigma$)

Fig. 2 Efficiency in estimating μ when $\tilde{\mu} = \mu - \sigma$ and $\tilde{\sigma} = 0.5\sigma$

4 实 例

某针刺雷管要求可靠性指标为: $\gamma = 0.9, R \geq 0.999$, 发火刺激量为: 落锤 7 g, 落高 8 cm。

根据火工品感度分布模型研究结果,其感度分布服从对数正态分布,记为 $X \sim LN(\mu, \sigma^2)$ 。因参数未知,先要进行 Langlie 法试验。根据产品的历史信息及相似产品的信息,取刺激量下限 $x_L = 1$ cm 和上限 $x_U = 6$ cm,进行样本量为 20 的试验,试验数据见表 1。

利用序约束对表 1 的试验数据进行处理,结果见表 2。对表 2 的数据进行统计分析可得感度分布位置参数的序约束估计 $\tilde{\mu} = 0.811$ 。利用文献[4]提出的火工品可靠性评估方法,计算在低刺激量 $x_c = 4.4$ 处进行 $n_c = 45$ 发试验,若全发火就能满足 $\gamma = 0.9, R \geq$

0.999 的可靠性指标要求。试验中,在 $x_c = 4.4$ 处进行了 45 发产品的发火试验,全部成功,表明该产品的可靠度达到了指标要求。

表 1 针刺雷管 Langlie 试验数据

Table 1 The Langlie test data of stab detonator

order	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
stimulus/cm	3.5	2.3	1.7	2.0	1.9	2.0	2.8	2.4	2.2	1.6
results	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0
order	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
stimulus/cm	1.9	2.2	2.5	2.4	2.2	2.3	2.3	2.3	2.4	2.4
results	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0

表 2 序约束 Langlie 法试验数据

Table 2 Order restricted Langlie test data of stab detonator

stimulus/cm	1.6	1.7	1.9	2.0	2.2	2.3	2.4	2.5	2.8	3.5
fire number	0	0	0	0.4	1.2	2	3	1	1	1
no fire number	1	1	2	0.6	1.8	2	1	0	0	0

由于步进法试验样本量较大,其参数估计较为稳定,根据步进法试验数据求出满足可靠性指标的刺激量上限,结合产品的技术指标,就可以判定产品是否达到了可靠性指标要求。某针刺雷管的步进法试验数据见表 3。

表 3 针刺雷管步进法试验数据

Table 3 Run-down method test data of stab detonator

stimulus/cm	1.4	1.7	2	2.3	2.6	2.9	3.2	3.5	3.8	4.1	4.4
total number	400	200	200	200	200	200	200	200	200	400	800
fire number	5	22	60	97	124	149	178	182	193	396	795

对步进法数据进行统计分析,得在置信水平 0.9 时,可靠度为 0.999 的发火刺激量上限为 5.3 cm,小于产品的技术指标规定值,可知产品达到了规定的可靠性要求。

5 结 论

由于火工品临界刺激量的随机性,在较小的样本量下,Langlie 法试验数据往往不满足序约束,在进行数据分析时需要进行约束。模拟结果结果表明,位置参数的序约束估计具有更优的统计性质,且受初始值的影响较小。本文利用该约束估计给出的火工品可靠性评估方法,可以利用较小的样本量实现对高可靠性要求的火工品进行评估,而且参数估计受试验初始估计影响较小,评估结果较为稳定。

参考文献:

- [1] Buchler R J. Confidence interval for the product of two binomial parameters[J]. *Journal of America Statistical Association*, 1957, 52 (280): 482 - 493.
- [2] Barry T Neyer. A D-optimality-based sensitivity test[J]. *Technometrics*, 1994, 36(1): 61 - 70.
- [3] Chao M T, Fuh C D. Bootstrap method for the up and down test on pyrotechnology sensitivity analysis[J]. *Statistica Sinica*, 2001, 11: 1 - 21.
- [4] 温玉全, 洪东跑, 王玮. 基于试验熵的火工品可靠性评估理论与方法研究[J]. *爆炸与冲击*, 2007, 27(6): 553 - 556.
- Wen Yu-quan, HONG Dong-pao, WANG Wei. Study on theory and method of reliability assessment of explosive initiator based on testing entropy[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2007, 27(6): 553 - 556.
- [5] Langlie H J. A reliability test method for "One-Shot" items [R]. Technical Report U-1792, Third Edition, Aeronutronic Division of Ford Motor Company, Newport Beach, CA, 1965.
- [6] Jeff Wu. Efficient sequential designs with binary data[J]. *Journal of America Statistical Association*, 1985, 80: 974 - 984.
- [7] SHI Ning-zhong, JIANG Hua. Normal means with unknown Maximum likelihood estimation of isotonic variances[J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 1998, 64(2): 183 - 193.
- [8] Ayer M, Brunk H D, Ewing G M, et al. An empirical distribution function for sampling with complete information[J]. *Ann Muth Statist*, 1955, 26(4): 641 - 647.

Order Restricted Analysis of Reliability Tests for Explosive Initiator

HONG Dong-pao¹, ZHAO Yu¹, WEN Yu-quan²

(1. Department of System Engineering of Engineering Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

(2. State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: A new analysis method of reliability tests for explosive initiator was proposed to improve the analysis of reliability tests for explosive initiator with small sample size. The reliability data were collected by Langlie test, and then were processed to be order restricted with the isotonic regression. The new parameters estimates were obtained from the order restricted data. The simulation was used to compare the efficiency of the new estimates with the traditional estimates, and the result shows that the new estimate of location parameter is better. The present method was used to assess the high reliability of one initiating device with small sample size. And the feasibility and applicability are validated, compared with the run-down method.

Key words: systems engineering; explosive initiator; reliability; Langlie; order restriction

(上接 555 页)

Validity of Variables-Attributes Assessment Method for Reliability of Initiating Explosive Devices

DONG Hai-ping, CAI Rui-jiao, MU Hui-na

(State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: By Monte Carlo, the equivalence between GJB376 method and variables-attributes assessment method was studied. According to reliability assessment rule, it is required that the maximum error of acceptance between two methods is less than 1%. Twenty kinds of qualified and unqualified products assumed artificially were assessed with variables-attributes method and run-down method respectively. The conclusions from two methods are consistent. Results show that variables-attributes assessment method is equivalent to GJB376 method and the variables-attributes method is feasible for assessing high reliability of initiating explosive devices with small samples.

Key words: military chemistry and pyrotechnics technique; initiating explosive device; reliability; assessment; variables-attributes method