

文章编号: 1006-9941(2007)06-0604-04

关于“试验信息熵”

蔡瑞娇, 柳维旗, 董海平

(北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081)

摘要: 从工程试验结果的随机性和不确定性出发, 提出了“试验信息熵”的概念, 并从目的、要求、信息传递模型和运用的数学工具等方面比较了试验信息熵和通信信息熵的异同, 给出了试验信息熵和通信信息熵的数学表达式。特别提出了高可靠性成型产品试验结果为“零失败”时试验信息熵的特殊形式。举例说明了试验信息熵在燃爆产品可靠性评估中的应用, 并通过大样本试验结果验证了基于试验信息熵可靠性评估方法的实用性。

关键词: 军事化学与烟火技术; 通信信息熵; 试验信息熵; 可靠性试验信息熵

中图分类号: TJ450

文献标识码: A

1 引言

产品质量与可靠性评定中要解决的不确定问题是: 批产品质量合格否, 产品可靠性水平如何。工程上通常采取抽样检验, 由试验结果进行统计分析评定。为此, 工程界一直在探讨如何更有效地运用试验结果。可靠性研究人员提出: 可靠性试验的目的是获取产品的可靠性信息, 对产品可靠性的各种特征量进行评估和验证^[1]。本文由工程试验结果的随机性和不确定性出发, 提出了“试验信息熵”, 试图对产品质量与可靠性信息进行定量的描述与研究。

熵是随机变量不确定性的描述, 或是对不确定性的数量上的度量^[2]。

在通信领域, 信源发出的消息含有的自信息量 $I(a_i)$ 是一个随机变量, 定义其数学期望 $H(X) = E[I(a_i)]$ 为信息熵, 即信源发出信息平均不确定性的度量; 在无干扰情况下, 收信者从信源输出的每个消息中得到的平均信息量等于信源输出的每个消息提供的平均信息量, 这时信息熵也可用于接收方获得信息量的度量^[3-4]。

工程领域通常通过试验来了解、评价或验证批产品的质量与可靠性。由于产品生产过程中工艺和材料的随机性及人为不确定因素的影响, 其试验结果也是不确定的, 随机的。如果把试验前的产品看成信源, 不同试验结果也可看成试验者接收到的信息, 只不过试验结果不需要再经过传输, 获得的信息类似通信领域无干扰情况, 因此, 同样可用熵作为试验者接收到的信息不确定性的度量。从样本试验结果获得的平均信息

量, 有和信源输出信息熵不同的特点, 本文将称之为试验信息熵, 用 $TH(X)$ 表示。为利于比较, 本文把 $H(X)$ 称为通信信息熵。

熵、信息熵在可靠性及其它领域应用较广^[5-9], 本文主要从工程试验的角度提出“试验信息熵”的概念, 阐述了试验信息熵的内涵及对工程试验的普遍意义。并从目的、要求、信息传递模型和运用的数学工具等方面比较了试验信息熵和通信信息熵的异同, 给出了试验信息熵和通信信息熵的数学表达式; 介绍了试验信息熵在燃爆产品可靠性评估时的应用, 将有利于试验信息熵在工程领域的广泛使用。

2 试验信息熵和通信信息熵的关系

2.1 通信信息熵

① 通信的目的是将信源信息传递给信宿。信宿在通信之前一般是不知道或不全知道信源发出的信息的, 或者说对该信息存在某种程度的不确定性。

② 通信要求: a、效率高; b、错误小, 即通信可靠。

③ 信源信息传递的简化模型: 信源→信道→信宿。

④ 通信信息熵的随机性, 决定了要用概率论和随机过程等数学工具来处理其传递过程及结果。假设某离散信源 X 输出消息数为 N , 则其概率空间即信源的数学模型为 $X: [a_1, a_2, \dots, a_N]$, 其中 p_i 是信源输出消息 a_i 的概率, a_i 的自信息量为 $I_i = -\log_a p_i$ 。

如果信源输出一个长度为 $n(n \gg N)$ 序列的消息, 那么第 a_i 个消息将输出 np_i 次, 该消息包含的信息量为:

$$I_i = -np_i \log_a p_i \quad (1)$$

则信源发出该 n 长序列的消息包含的总信息量为:

收稿日期: 2007-02-02; 修回日期: 2007-04-16

作者简介: 蔡瑞娇(1937-), 女, 北京理工大学博士生导师, 从事火工燃爆产品可靠性研究。e-mail: cairuijiao@sina.com

$$I_n = \sum_{i=1}^N I_i = -n \sum_{i=1}^N p_i \log_a p_i \quad (2)$$

信源输出一个消息的平均信息量为通信信息熵为:

$$H(X) = \frac{I_n}{n} = \sum_{i=1}^N p_i \log_a p_i \quad (3)$$

当 a_i 为等概消息,即 $p_i = p$ 时,通信信息熵为:

$$H(X) = -\log_a p \quad (4)$$

此时,信息熵即为信息量^[10-11]。

2.2 试验信息熵

① 产品试验的目的是验证或评估产品某项功能的设计性能或可靠性指标,以消除对产品性能参数或可靠性的不确定性。

② 试验的要求:a、试验条件尽可能模拟使用条件,b、试验数量应满足用数学方法验证或评估时数据处理的需要。

③ 试验信息传递的简化模型:产品→试验→试验者获得信息。

④ 试验信息熵的数学表达式:

一般产品质量与可靠性试验结果可定性分为两类:

a、判定产品合格、不合格。以产品设计指标为依据,满足即合格,否则不合格。如成败型产品,试验结果要么成功,要么失败。

b、判定产品分级。以产品某性能指标为依据,判定优、良、合格、次、废品等。

两类均可看成类似离散信源的情况,假设试验结果的状态数为 $N(N=2$ 或分级数),同样存在一个类似通信信源的概率空间。取 n 个独立样本进行试验,该组样本试验后获得的总信息量的平均信息量为和通信信息熵类似的试验信息熵。

2.3 试验信息熵和通信信息熵的关系

通信信息熵 $H(X)$ 是信源发出不同消息所提供的平均信息量,是对信源平均不确定性的描述。试验信息 $TH(X)$ 熵是批产品中抽取一组样本试验结果提供的平均信息量,是对试验结果或所代表批的产品信息平均不确定性的描述。两者的关系为:

① 当工程试验取得有限个不相容的结果 a_i ,且相应的概率为 p_i ,试验信息熵和通信信息熵的数学表达式相同,即 $TH(X) = H(X)$,同为式(3);当 a_i 为等概消息时,同为式(4)。

② 当成败型产品工程试验的结果为成功或失败两种状态时,类似于信源输出的消息为(0,1)序列的情况。试验结果的状态数为 2,其概率空间为 $X: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ p & 1-p \end{bmatrix}$,其中 p 为产品试验成功的概率, $1-p$

为失败的概率。当在相同的条件下完成 n 次试验后,假定成功数为 n_1 ,失败数为 n_2 ,则 $n = n_1 + n_2$ 。此时,试验信息熵和通信信息熵的数学表达式也相同,为:

$$TH(X) = H(X) = -\frac{1}{n}(n_1 \log_a p + n_2 \log_a (1-p)) \quad (5)$$

2.4 可靠性试验信息熵

可靠性试验信息熵是对产品试验获得的可靠性平均信息量的度量,一般对数的底 a 取 e 。以成败型产品为例,当试验成功的概率为可靠度 R 、失败的概率为 $1-R$ 时,其 n 个样本试验后获得的可靠性试验信息熵为:

$$TH(X) = -\frac{1}{n}[n_1 \ln R + n_2 \ln(1-R)] \quad (6)$$

其中, n_1 为成功数, n_2 为失败数。

在一些高可靠性燃爆产品的可靠性试验中,经常出现“零失败”的情况,此时, n 个样本试验后获得的试验信息熵呈现特殊的数学表达式为:

$$TH(X) = \frac{1}{n}(-n \ln R) = -\ln R \quad (7)$$

3 试验信息熵在爆燃产品质量与可靠性评估中的应用实例

由试验信息熵含义看出,它可用于通过试验获得信息来评估产品的功能参数或可靠性指标。下面以燃爆产品可靠性评估的试验信息熵等值方法^[12-13]和最大熵试验法^[14]为例说明试验信息熵的应用。

3.1 试验信息熵等值评估方法

3.1.1 原理

依据在具有高失效概率(低可靠度)点试验,比在低失效概率(高可靠度)点试验的单个样本,能获得更多可靠性信息熵的原理^[8,13-14],选择某一低可靠度的刺激量点进行试验,使少量样本获取的可靠性试验信息熵等于按 GJB376^[15]规定的样本量得到的试验信息熵,即

$$n_L(-\log R_L) = n_H(-\log R_H) \quad (8)$$

其中, n_L, R_L 为在低可靠度的刺激量点的试验样本量及可靠度。 n_H, R_H 为根据可靠性指标要求按照 GJB376 规定的评估方法需要进行的试验样本量及技术指标规定的刺激量点的可靠度。由于两个试验所获得的试验信息熵等值,则在高可靠度刺激量点做 n_H 发试验,可以用在低可靠度刺激量点做 n_L 发试验来代替。

3.1.2 应用

某电雷管用于空军密码的销毁,价格昂贵。其可靠度指标为: $\gamma = 0.95, R = 0.999$;发火电流为 700 mA。若采用 GJB376 来评估,需要试验 2996 发,且无一失效,研制周期和经费都无法承受。现采用火工品可靠

性试验信息熵等值方法进行评估,先按 GJB/Z377A-94 方法 103^[16]进行了三组升降法试验,每组 50 发。根据电火工品感度分布模型研究成果^[17],选择其感度分布为逻辑斯蒂分布。采用极大似然估计原理,分别估计出三组试验数据的感度分布参数 (μ_i, γ_i) , $i=1, 2, 3$,然后根据逻辑斯蒂分布纠偏系数表^[18],对三组刻度参数分别进行纠偏,再计算三组估计参数的平均值为 $\bar{\mu}=346$, $\bar{\gamma}^*=18.1$ 。按其可靠性指标、发火电流指标及式(8),可求得其试验信息熵等值试验点为 512mA。然后在该点试验了 29 发,全部发火,表明其可靠性在置信水平为 0.95 情况下达到了 0.999。这样共使用 179 发产品,验证了该电雷管的可靠性指标,大幅度地降低了样本量。

为了验证本方法评估的正确性,针对该产品进行了 1800 发步进法的大样本可靠性评估试验,得到极限百分位点的区间估计的置信上限为: $\hat{x}_{0.999U}=424$ mA。小于实际的发火上限 700mA,则可判断发火上限可靠度达到了 $R=0.999$ 的要求,结果与本方法一致。

北京理工大学利用试验信息熵等值方法对 20 种不同类型火工品进行了可靠性评估试验,并各自与大样本方法的评估结果进行验证,试验结果均相符。

3.2 最大熵试验法

运用熵强化系数 $k = P_s/P_B$,对有功能裕度系数 $M = P_A/P_B$ 的产品,在 $(1 \leq k \leq M)$ 区间内设计了强化试验法, P_A 为产品的极限承载能力,称为临界工况点, P_B 称为设计值工况点, P_s 为介于 P_A 与 P_B 之间的试验工况点。当试验点 P_s 达到 P_A ,即 $k=M$ 时,试验信息熵取得最大值,试验所需样本量最小。在按最大熵试验法进行太阳能电池翼阴区展开的可靠性评估中证明,采用熵强化系数 1.52,即地面比太空更苛刻的试验条件进行 5 次成功试验,可得 $\gamma=0.60$, $R_L \geq 0.9993$ 的评估结果^[14]。如果 $k=1$,即在设计的太空试验条件下,应进行 1309 次试验。可见,该方法解决了长期以来由于所需样本量大,费用高,太阳能电池翼展开的高可靠性指标无法验证的难题。

4 结论

(1)工程试验获得的产品信息可以用与通信信息熵类似的试验信息熵度量。

(2)试验信息熵是通过样本试验获得产品信息,相当于信源无干扰传递。通过试验获得样本的试验信息熵与通信信息熵有类似关系和类似的数学表达式。

(3)在工程试验领域,较为常见的一种试验是结果数目为 2 的情况,如成败型可靠性试验。在这种情

况下,对于“非零失败”的情况,试验信息熵为: $TH(X) = -\frac{1}{n} [n_1 \ln R + n_2 (1-R)]$;对于一些高可靠性产品试验中经常出现“零失败”的情况,其试验信息熵有特殊的形式,为: $TH(X) = -\log R$ 。

(4)经过大样本可靠性试验验证,试验信息熵方法用于燃爆产品可靠性评估,可极大减少样本量。

参考文献:

- [1] 徐维新,秦英孝. 可靠性工程[M]. 电子工业出版社,1988.
XU Wei-xin, QIN Ying-xiao. Reliability Engineering[M]. Electronic Industry Press,1988.
- [2] 张殿祜,方绍辉,丁潇君. 熵-度量随机变量不确定性的一种尺度[J]. 系统工程与电子技术,1997(11): 1-4.
ZHANG Dian-hu, FANG Shao-hui, DING Xiao-jun. Entropy—a measure of uncertainty of random variable[J]. System Engineer and Electronic Technology, 1997(11): 1-4.
- [3] Robert M Gray. Entropy and Information Theory[M]. New York: Springer-Verlag,1990.
- [4] 贾世楼. 信息理论基础[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业出版社,2001.
JIA Shi-lou. The Foundation of Information Theory[M]. Haerbin: Haerbin Industry Press, 2001.
- [5] Basu P C, Templeman A B. An efficient algorithm to generate maximum entropy distributions[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1984,20(6): 1039-1055.
- [6] 王振帮. 成败型系统可靠性综合评定的 H 熵法[J]. 系统工程与电子技术,1989,11(8): 66-71.
WANG Zhen-bang. H entropy method for pass/fail system reliability assessment[J]. System engineering and electric technology, 1989,11(8): 66-71.
- [7] V P Savchuk, H F Martz. Bayes reliability estimation using multiple sources of prior information: binomial sampling[J]. Reliability, IEEE Transactions, 1994,43(1): 138-144.
- [8] 刘炳章. 航天火工装置可靠性的优化试验法—最大熵试验法[J]. 导弹火工技术,2001(1): 23-38.
LIU Bing-zhang. The maximum entropy test method—the optimized test method for reliability of initiating devices of spaceflight[J]. Technology of missile and pyrotechnics, 2001(1): 23-38.
- [9] 冯虎田,殷爱华,施祖康,等. 火箭导弹发射系统可靠性信息熵法评定[J]. 南京理工大学学报,2001,4(2): 113-116.
FENG Hu-tian, YIN Ai-hua, SHI Zu-kang, et al. Information Shannon Reliability Assessment on Rocket and Missile Launching System [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2001,4(2): 113-116.
- [10] 李贤平. 概率论基础[M]. 北京: 高等教育出版社,2006.
LI Xian-ping. The foundation of Probability Theory[M]. Beijing: High Education Press,2006.
- [11] 陈向新,孙薇薇. 简析信息熵[J]. 宜春学院学报(自然科学),2002,12(6): 13-14.
CHEN Xiang-xin, SUN Wei-wei. Analysizing information entropy[J]. Journal of Yichun College(Natural Science), 2002,12(6): 13-14.
- [12] 蔡瑞娇,董海平,温玉全,等. 信息熵在成败型产品高可靠性评定

- 中的应用[C]//中国航空学会可靠性工程专业委员会第十届学术年会论文集.北京:国防工业出版社,2006,7.254-258.
- CAI Rui-jiao, DONG Hai-ping, WEN Yu-quan, et al. Application of information entropy on assessment of high reliability of pass/fail products. Paper collections of the 10th annual seminar of reliability committee of aviation association of China. Press of industry for national defense, 2006,7. 254-258.
- [13] 蔡瑞娇, 翟志强, 董海平, 等. 火工品可靠性评估试验信息熵等值方法[J]. 含能材料, 2007(1): 79-82.
- CAI Rui-jiao, ZHAI Zhi-qiang, DONG Hai-ping, et al. An assessment method of reliability of initiating explosive devices based on test information entropy equivalency[J]. *Chinese Journal of Energetic Materials (Hanneng Cailiao)*, 2007(1): 79-82.
- [14] 刘炳章, 丁同才. 小子样验证高可靠性的可靠性评估方法及其应用[J]. 质量与可靠性, 2004(1): 19-22.
- LIU Bing-zhang, DING Tong-cai. Assessment method of high reliability with small samples and its application[J]. *Quality and Reliability*, 2004(1): 19-22.
- [15] GJB376-87. 火工品可靠性评估方法[S]. 国防科学技术工业委员会, 1988.
- GJB376-87. Assessment method of reliability of initiating devices [S]. Beijing: Military Standard Press of Commission of Science Technology and Industry for National Defense, 1988.
- [16] GJB/Z377A-94. 感度试验用数理统计方法[S]. 国防科学技术工业委员会, 1995.
- GJB/Z377A-94. Sensitivity tests, statistical methods for[S]. Beijing: Military Standard Press of Commission of Science Technology and Industry for National Defense, 1995.
- [17] 钟海芳, 田玉斌, 蔡瑞娇. 感度变量分布类型[J]. 火工品, 1998(3): 1-6.
- ZHONG Hai-fang, TIAN Yu-bin, CAI Rui-jiao. Simulation of the sensitivity response curve[J]. *INITIATORS & PYROTECHNICS*, 1998(3): 1-6.
- [18] 董海平, 温玉全, 蔡瑞娇. 升降法试验标准差估计的偏差研究[C]//中国航空学会可靠性工程专业委员会第十届学术年会论文集.北京:国防工业出版社,2006.259-263.
- DONG Hai-ping, WEN Yu-quan, CAI Rui-jiao. Study on error of estimator of standard deviation in Up-Down method test[C]//Paper collections of the 10th annual seminar of reliability committee of aviation association of China. Press of industry for national defense, 2006. 259-263.

Study on “Test Information Entropy”

CAI Rui-jiao, LIU Wei-qi, DONG Hai-ping

(State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: To describe the randomness and uncertainty of engineering tests' result, Test Information Entropy was presented. The similarities and differences between Test Information Entropy and usual information entropy were discussed on the aspects of purpose, requirement, basic model and mathematical tool, etc. Furthermore, the Test Information Entropy of high reliability product with zero-failure was given. Two application examples of Test Information Entropy show that it is feasible for application of Test Information Entropy.

Key words: military chemistry and technique of pyrotechnics; Test Information Entropy; communication information entropy; reliability test information entropy



《爆破》杂志征订启事

《爆破》杂志于1984年创刊,是爆破学科的全国性季刊,由湖北省爆破学会与武汉理工大学联合主办。

办刊宗旨:交流爆破领域的新成果、新技术,促进爆破事业的发展。

主要内容:爆破理论研究、矿岩爆破、拆除爆破、特种爆破、爆破安全、测试技术、爆破加工、爆破器材等。

读者对象:相关专业科研院所科技工作者,大中专院校师生,企业技术人员及管理人员。

本刊论文紧密结合我国重大建设工程和爆破界关注的课题,其读者和作者遍布全国各省区,覆盖水利、电力、冶金、煤炭、有色金属、建材、铁路、公路、建筑、地质、石油化工、军工等多个行业,具有很高的学术影响力。

《爆破》杂志是《中国核心期刊(遴选)数据库》源刊,中国科技论文统计源刊(中国科技核心期刊),中国科学引文数据库源刊、中国学术期刊<光盘版>源刊、《中国期刊网》源刊、万方数据库源刊、中文科技期刊数据库源刊。在“万方数据-数字化期刊群”全文上网,荣获《CJA-CD规范》执行优秀奖。2006年获第五届湖北省优秀期刊称号。

本刊为季刊,每逢季末出版。大16开,96页,国内、外公开发行,刊号为ISSN1001-487X,CN42-1164/TJ。每册定价(含邮费)RMB¥10(国内)或US\$10(国外),全年RMB¥40或US\$40。从全国各地邮局订阅,国内邮发代号38-425。或直接汇款至编辑部(汇单上注明“杂志订购款”。如须挂号邮寄,请另加RMB¥15)。

汇款地址:武汉理工大学马房山西院 收款人:《爆破》编辑部 邮编:430070 电话:027-87654177 传真:027-87651817

E-mail:chinablasting@sina.com http://public.whut.edu.cn/blasting http://bopo.chinajournal.net.cn 欢迎投稿、订阅!