

文章编号:1006-9941(2023)11-1124-10

## 双基发射药黏弹特性与本构模型研究

夏剑冬,徐滨,廖昕

(南京理工大学化学与化工学院,江苏南京210094)

**摘要:** 为研究双基发射药的黏弹性和力学响应特点,对双基发射药开展了黏弹特性与本构方程研究。通过拉伸、压缩、断面观察和应力松弛实验研究,明确了双基发射药的黏弹性质;然后以 Reduced Polynomial ( $N=5$ )模型和 Prony 级数建立了双基发射药的超弹-黏弹模型,利用实验数据获取了模型参数;最后对所建立的双基发射药超弹-黏弹模型进行了验证。结果表明,双基发射药超弹本构模型对单轴拉伸应力应变的仿真结果与实验结果之间的误差不高于 5.01%,超弹-黏弹本构模型对应力松弛的仿真结果与实验结果之间的误差不超过 6.49%,说明建立的双基发射药超弹-黏弹本构模型能够较好地描述双基发射药的力学特性,能够为发射药力学性能研究提供重要的研究方法和仿真手段。

**关键词:** 发射药;黏弹性;应力松弛;本构模型

中图分类号: TJ55

文献标志码: A

DOI:10.11943/CJEM2023145

### 0 引言

高能枪炮武器具有高初速、高膛压、高装填密度的特点,这种复杂的膛内环境对发射药的力学性能提出较高的要求。发射药的力学强度是发射药在膛内高压气流冲击下保持能量有序释放的前提条件。为了在获得良好内弹道性能的同时提高发射安全性,研究发射药在膛内的力学响应是十分必要的。

以数学模型反映发射药的本构关系,能够通过少量性能实验推测发射药的力学特性,描述发射药的真实力学行为,从而避免了复杂的膛内实验,可显著节约人力物力财力成本。目前,国内外对于发射药的本构关系研究较少,但在含能材料领域中,本构关系研究已较为广泛地应用于推进剂等含能材料的力学响应研究中。孙政伟等<sup>[1]</sup>提出了以硝酸酯增塑的聚醚聚氨酯 (NEPE) 推进剂低高应变率下改进的黏-超弹本构模型,在模型中采用 Rivlin 应变能函数来描述

稳态超弹响应部分,采用积分型本构模型来描述材料的动态黏弹性响应部分,并使用率相关松弛函数替代 Prony 级数的形式来体现松弛时间与应变率的相关性。常新龙<sup>[2]</sup>在 Burke 模型的基础上,结合超弹性和黏弹性理论,建立了一种考虑温度和应变率效应的本构模型,较好地描述了推进剂高应变率力学行为。ZHANG 等<sup>[3]</sup>研究了 GAP/CL-20/HMX 推进剂在单轴拉伸下的应力-应变曲线,并建立了该推进剂的本构模型。徐一航等<sup>[4]</sup>借鉴橡胶材料本构模型研究思路,基于并行流变框架建立了端羟基聚丁二烯 (HTPB) 推进剂本构模型,简化了复杂的本构模型拟合,准确捕捉了端羟基聚丁二烯推进的非线性行为。相对而言,发射药的力学性能研究仍以实验为主,如徐皖育等<sup>[5]</sup>利用静态、动态力学实验探究了不同粘结剂和不同固化剂用量下发射药的力学性能;贺孝军等<sup>[6]</sup>使用落锤冲击试验机和密闭爆发器研究了加入聚氨酯热塑性弹性体 (TPE) 后硝胺发射药的力学性能;杨建兴等<sup>[7]</sup>进行抗冲击试验和密闭爆发器试验研究不同黑索金 (RDX) 粒度的硝胺发射药的力学性能等。相比推进剂在力学性能上的研究,发射药力学行为研究存在数值仿真研究较少,理论模型与研究方法尚不明确等问题,阻碍发射药力学性能研究的进一步发展。

收稿日期:2023-07-11;修回日期:2023-08-12

网络出版日期:2023-09-20

作者简介:夏剑冬(1999-),女,硕士研究生,主要从事含能材料研究。e-mail:xiajiandong@njjust.edu.cn

通信联系人:徐滨(1984-),女,副研究员,主要从事含能材料研究。e-mail:bi3265xu@njjust.edu.cn

引用本文:夏剑冬,徐滨,廖昕.双基发射药黏弹特性与本构模型研究[J].含能材料,2023,31(11):1124-1133.

XIA Jian-dong, XU Bin, LIAO Xin. Viscoelastic Properties and Constitutive Model of Double-Base Propellant[J]. Chinese Journal of Energetic Materials (Hanneng Cailiao), 2023, 31(11):1124-1133.

为以本构模型为基础研究发射药的力学性能,更好地描述发射药在冲击作用下的力学响应,本研究在推进剂本构模型研究思路的基础上,以双基发射药为研究对象,通过实验建立双基发射药的本构模型,为研究发射药的黏弹性能和力学响应提供必要的理论研究和模拟仿真基础。

## 1 实验

### 1.1 试剂与仪器

双基吸收药片(硝化棉、硝化甘油、中定剂),辽宁庆阳特种化工有限公司;乙醇、丙酮,分析纯,国药化学试剂有限公司。

万能材料试验机,美国 Instron 公司,3367 型。简支梁式摆锤试验机,长春智能仪器设备有限公司, JJ-20 型。扫描电子显微镜,美国 FEI 公司,Quanta FEG 250 型。动态热机械分析,美国 TA 公司, Q800 V21.2 Build 88 型。

### 1.2 样品制备

采用半溶剂法制备双基发射药,醇酮比为 2:3,溶剂比为 0.2。捏合机水浴温度 35 °C,一次性投入吸收药片,在捏合过程中分次加入醇酮溶剂,捏合塑化 4.5 h 后出料。将药料在柱压式油压机内挤压成型,根据单轴拉伸与应力松弛实验对试样的要求<sup>[8]</sup>将样品制备为哑铃型;抗压缩实验试样制备为平均直径约为(8±0.2) mm、长径比 1:1 的药柱;径向抗冲击试样制备为相同直径下长为(60±3) mm 的药柱。将得到的双基发射药记作 DBJ 发射药,并将试样在 50 °C 水浴烘箱内干燥、固化、驱溶 7 d。

### 1.3 实验

(1)单轴拉伸与压缩实验<sup>[8]</sup>:拉伸与压缩实验使用万能材料试验机进行。其中单轴拉伸测试的拉伸速率为 10 mm·min<sup>-1</sup>,压缩实验的压缩速率为 1 mm·min<sup>-1</sup>。测试前将样品分别在-40, 20, 50 °C 下保温 4 h 以上,不同温度测试次数不少于 5 次。根据测得的拉伸应力-应变曲线,获得 DBJ 发射药的抗拉伸强度、杨氏模量及屈服强度参数<sup>[9]</sup>;根据压缩应力-应变曲线获得 DBJ 发射药抗压缩强度。

(2)径向抗冲击实验<sup>[8]</sup>、形貌表征及密度测定:使用简支梁式摆锤试验机进行 DBJ 发射药样品的径向抗冲击实验。实验温度分别为-40, 20 °C,保温 4 h。采用扫描电子显微镜在加速电压 20 kV 下观察样品的断面结构。使用分析天平及密度托架测试发射药样品的

密度。使用去离子水作为液体介质,室温下重复测定 3 次获取密度。

(3)应力松弛实验:应力松弛实验采用动态热机械分析仪进行,使用拉伸、三点弯曲夹具,并添加引伸计,测试气氛为空气,温度分别为-40, 20, 50 °C,设置定应变 5%,拉伸速率为 10 mm·min<sup>-1</sup>,松弛时间 1000 s,每个样品的实验次数不少于 3 次。

## 2 实验结果与讨论

### 2.1 微观结构

双基发射药是硝化纤维素与硝化甘油的高分子复合材料<sup>[10]</sup>,其力学性能主要取决于粘结剂硝化纤维素大分子长链带来的弹性<sup>[11]</sup>。而成型的双基发射药的弹性是由于压延产生的卷曲的分子结构变化带来的。不同配方、不同制备条件下得到的双基发射药会具有不同的力学性能特点。为了更准确地选择本构方程类型来描述 DBJ 发射药的力学特性,本研究对 DBJ 发射药在低温(-40 °C)和常温(20 °C)下的冲击断面和内部结构进行了 SEM 观察,结果如图 1 所示。对比 DBJ 发射药在低温(-40 °C)和常温(20 °C)下的冲击断面可见,低温下,DBJ 发射药的断面表现出层状疏松断裂纹,呈现出一定的脆性材料断裂特征(图 1a),而常温下的断面呈“河流状”的密集长撕裂纹,具有弹性材料断裂面的特点,说明随着温度升高,DBJ 发射药脆性降低,韧性增加,由玻璃态过渡至高弹态(图 1b)。表现在冲击实验过程中即 DBJ 发射药在低温下受到冲击载荷后完全断裂,而常温下未完全断裂,说明 DBJ 发射药具有黏弹特质。由图 1c 的 DBJ 发射药在常温下的撕裂断面,可以看出断面较为粗糙,密布着因受到撕裂拉伸而变形断裂的丝状结构,说明 DBJ 发射药在常温下受到撕裂拉伸作用时,表现出了弹塑性变形的特点。由于 DBJ 发射药分子间的相互作用会妨碍分子链的运动,会使 DBJ 发射药在受到应力时没有出现相应的应变,宏观表现为 DBJ 发射药的黏性。当 DBJ 发射药受到外力时,DBJ 发射药分子上的作用力由两部分构成,一部分是 DBJ 发射药分子与分子之间的黏性阻力;另一部分是分子内部发生分子链形变所需的力<sup>[12]</sup>,这两种分子作用力共同作用,展现为 DBJ 发射药的黏弹性。

### 2.2 力学性能

为研究 DBJ 发射药的力学性能,对 DBJ 发射药进行单轴拉伸和压缩实验,实验曲线见图 2,实验得到的

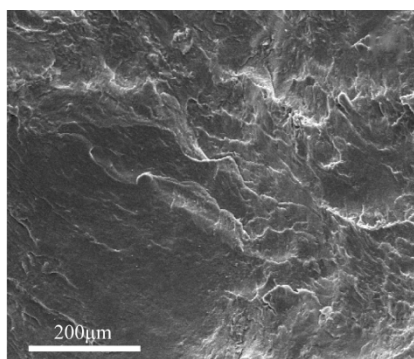
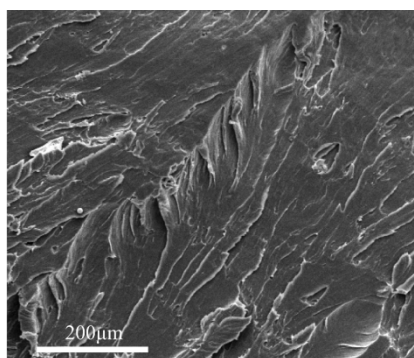
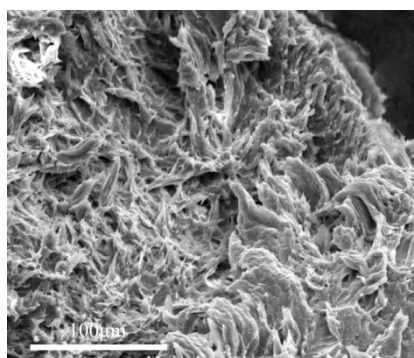
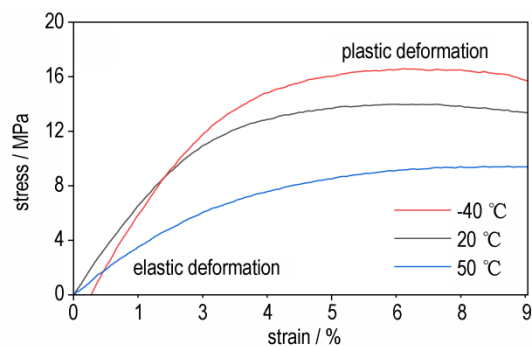
a. impact induced fracture surface at  $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $200\times$ b. impact induced fracture surface at  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $200\times$ c. tear induced fracture surface at  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $500\times$ 

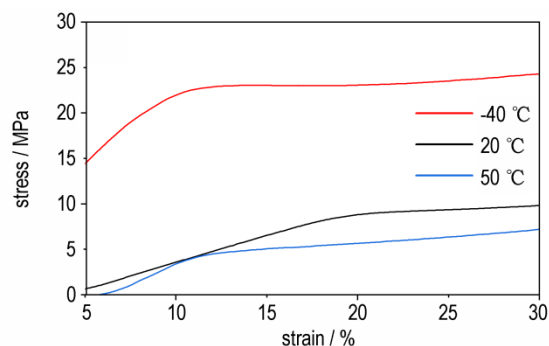
图1 DBJ发射药的SEM图像

Fig.1 SEM images of DBJ propellant

力学性能参数见表1。在拉伸实验中, DBJ发射药有明显的弹性形变, 在达到屈服强度后紧接着进行塑性形变, 此时应力进入平台期, 然后当应力达到最大值时发生断裂。图2a为测得的DBJ发射药单轴拉伸应力-应变曲线。图2a可见曲线可明显的分为两部分, 在载荷作用前期, 应力应变曲线呈现出近似直线的关系, 此部分对应于DBJ发射药的弹性形变过程, 随后曲线斜率改变, 呈现出类似平台的形状, 该部分对应于DBJ发射药的塑性形变过程。在塑性变形过程中可观察到颈缩现象, 拉伸宏观断裂面出现片状轮廓, 说明DBJ发射药有较好的弹塑性。由图2a和表1可看出, 随着温度升



a. uniaxial tensile stress-strain curves



b. uniaxial compression stress-strain curves

图2 DBJ发射药的单轴拉伸与压缩应力-应变曲线

Fig.2 uniaxial tensile and compression stress-strain curves of DBJ propellant

表1 DBJ发射药的力学性能实验结果

Table 1 Experimental results of mechanical properties of DBJ propellant

| temperature / $^{\circ}\text{C}$ | tensile strength / MPa | Young modulus / MPa | yield strength / MPa | compressive strength / MPa | density / $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ |
|----------------------------------|------------------------|---------------------|----------------------|----------------------------|---|
| -40                              | 16.63                  | 570.19              | 12.31                | 22.63                      |   |
| 20                               | 14.03                  | 499.54              | 9.87                 | 8.80                       | 1.61                                    |
| 50                               | 9.49                   | 242.04              | 6.46                 | 4.59                       |   |

高, 试样在同一伸长率下抗拉伸强度、屈服强度降低, 这是由于DBJ发射药随温度升高而变软所致, 体现出DBJ发射药黏弹性的温度相关性。

图2b为DBJ发射药的压缩应力-应变曲线, 图2b可见, DBJ发射药的压缩变形也有着明显可逆弹性形变和不可逆塑性形变的特征与阶段。试样在压缩过程中, 因受到与夹具上下平面间的摩擦力, 其横向变形受到约束, 出现了显著的鼓胀, 裂纹与试件轴线呈 $45^{\circ}$ , 说明DBJ发射药的抗剪切强度低于抗压强度。实验过程中发现DBJ发射药在压缩实验的终点才出现少量裂纹, 说明DBJ发射药具有较好的延展性。由图2b和表1可看出, 随着温度升高, DBJ发射药变软, 抗压缩



强度降低,同样体现出发射药黏弹性与温度的相关性。

### 2.3 应力松弛

应力松弛实验能够反映材料应力应变随时间的变化关系。图3为DBJ发射药在20℃和50℃下定应变为5%的松弛曲线。由于在-40℃的低温下,DBJ发射药有一定程度的脆化,如图1a呈现出一些脆性断面的特点,因此本研究主要探究DBJ发射药在高温和常温下的黏弹特性。由图3中可以看出,在50℃下DBJ发射药达到目标应变时所需的应力比常温低,说明DBJ发射药在高温下的延伸能力较强,能够以较短的时间、较低的应力达到定应变。在常温和高温下,DBJ发射药都可以维持5%定应变的状态1000s以上,表明DBJ发射药在高温和常温下均具有较好的黏弹性。对比图3中的两条曲线可以看出,相比高温曲线,常温下的DBJ发射药在载荷加载初期的应力较高,应力显著下降段的时间较长,应力松弛率高,剩余应力较大,明显体现出DBJ发射药黏弹性随温度而变化的特性。

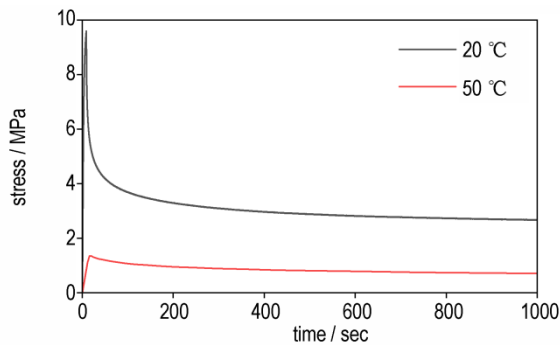


图3 20℃与50℃应力松弛曲线

Fig.3 Stress relaxation curves at 20 °C and 50 °C

## 3 本构模型

本构模型是反映材料本构关系的数学模型,它能够描述材料受到外界激励时材料的反应。根据所描述材料的力学特性,本构模型可以是弹性模型、塑性模型、黏性模型以及它们之间的任意组合。这些模型又可进一步细分为线弹性模型、超弹性模型等。

在构建材料的本构模型时,需要首先根据材料的力学特性选择相应的模型类型。本研究采用的DBJ发射药是以硝化纤维素与硝化甘油为基本组分构成的材料,其中硝化纤维素是硝酸酯化后的纤维素大分子,它构成了发射药的结构主体,而硝化甘油作为增塑剂改善了硝化纤维素骨架的塑性,因而使DBJ发射药呈现

出类似于高分子材料的力学性能特点。通常,弹性高分子材料受温度、时间影响表现出黏弹性。对于黏弹性材料,常采用唯象学的方法来建立超弹-黏弹性本构模型来描述其力学特性,该方法简单易行且精度较高,其本构模型通常包括多项式形式、Ogden模型<sup>[13]</sup>、Yeoh模型<sup>[14]</sup>、Marlow模型<sup>[15]</sup>等的超弹部分,以及Maxwell模型<sup>[16]</sup>、广义Maxwell模型<sup>[17]</sup>、朱王唐模型<sup>[18]</sup>等的黏弹部分。超弹-黏弹本构模型的表达式形如:

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_v \tag{1}$$

式中, $\sigma$ 为应力, $\sigma_e$ 表示超弹项, $\sigma_v$ 表示黏弹项,单位均为MPa。

### 3.1 超弹性本构模型

超弹性本构是一种典型的非线性本构关系,它能够用应变状态的标量函数表达材料的应变能。建立材料超弹性力学本构模型的核心是寻找最合适的应变能函数表达式。

材料的真实应力可以用应变能函数  $W$  表示为<sup>[19]</sup>:

$$\sigma_e = 2(\lambda^2 - \lambda^{-1}) \left[ \frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda^{-1} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right] \tag{2}$$

式中, $I_1 = \lambda^2 + 2\lambda^{-1}$ ,  $I_2 = \lambda^{-2} + 2\lambda$ 。 $\lambda$ 为材料的伸长比, $I_1$ 为第一应变不变量, $I_2$ 为第二应变不变量,无量纲。

常见的应变能函数有 Reduced Polynomial 模型<sup>[20]</sup>、Ogden 模型<sup>[13]</sup>和 Marlow 模型<sup>[21]</sup>,分别如式(3)、式(4)和式(5)所示。

$$W = \sum_{i=1}^N C_{i0} (I_1 - 3)^i \tag{3}$$

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \tag{4}$$

$$W = W(I_1) = \int_0^{\lambda(I_1)-1} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \tag{5}$$

式中, $C_{ij}$ 和 $\mu_i, \alpha_i$ 分别为 Reduced Polynomial 模型和 Ogden 模型中的本构参数。 $\sigma$ 为应力,MPa; $\varepsilon$ 为应变,无量纲。

其中,Reduced Polynomial 模型和 Ogden 模型是基于连续介质力学的本构模型,Marlow 模型没有具体的本构参数,是数据由应变对应力的积分结果。表2给出了上述几个不同超弹本构模型的参数对照。

### 3.2 黏弹性本构模型

常用 Maxwell 模型来描述黏弹性本构关系,该模型由1个弹簧和1个粘壶通过串联组成(见图4),能准确描述黏弹性材料的应力松弛现象。其中弹性部分符合胡克定律<sup>[22]</sup>,黏性部分符合牛顿黏性规律,如下式:

表2 超弹性本构模型以及具体的本构模型参数对照

Table 2 Hyperelastic constitutive model and the parameters of the constitutive model

| model                              | type                    | parameter   |
|------------------------------------|-------------------------|---|
| Reduced Polynomial <sup>[20]</sup> | Reduced polynomial(N=5) | $C_{10}, C_{20}, C_{30}, C_{40}, C_{50}$            |
| Ogden <sup>[13]</sup>              | Ogden(N=3)              | $\mu_1, \alpha_1, \mu_2, \alpha_2, \mu_3, \alpha_3$ |
| Marlow <sup>[21]</sup>             | Marlow                  | -   |

Note: N is the order.

$$\sigma = E\varepsilon \tag{6}$$

$$\sigma = \eta\dot{\varepsilon} \tag{7}$$

式中,  $\sigma$  为应力, MPa;  $\varepsilon$  为应变, 无量纲;  $\dot{\varepsilon}$  为应变率,  $s^{-1}$ ;  $E$  为弹性模量, MPa;  $\eta$  为黏性系数, Pa·s。

Maxwell模型组成较为简单, 只含有一个松弛时间, 无法描述黏弹性材料在动荷载作用下的黏弹性力学行为。因此为了准确表述材料的松弛行为, 以Maxwell模型为基础提出广义Maxwell模型<sup>[23]</sup>(图5)。



图4 Maxwell模型

Fig.4 Maxwell model

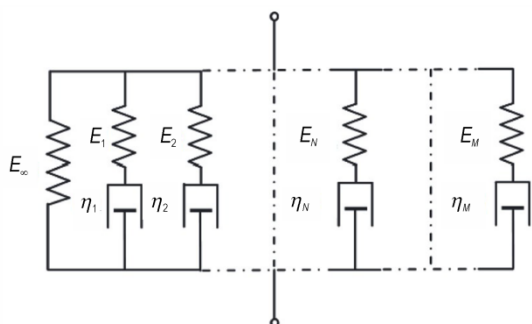


图5 广义Maxwell模型<sup>[23]</sup>

Fig.5 Generalized Maxwell model<sup>[23]</sup>

广义Maxwell模型可准确地描述黏弹性材料的应力松弛行为和动态荷载作用下的黏弹特性, 该模型由多个Maxwell模型并联形成, 其本构方程可表示为:

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 E_\infty + \sum_{i=1}^n \varepsilon_0 E_i \exp(-t/\tau_i) \tag{8}$$

$$E(t) = \sigma(t)/\varepsilon_0 = E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i \exp(-t/\tau_i) \tag{9}$$

$$E' = E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i \frac{\omega^2 \tau_i^2}{1 + \omega^4 \tau_i^2} \tag{10}$$

$$E'' = \sum_{i=1}^n E_i \frac{\omega^2 \tau_i^2}{1 + \omega^4 \tau_i^2} \tag{11}$$

式中,  $\sigma(t)$  为应力,  $\varepsilon_0$  为起始应变,  $E_\infty$  为松弛时间  $t$  在无穷时刻的平衡值,  $E_i$  为第  $i$  个元件的松弛模量,  $\tau_i$  为第  $i$  个元件的松弛时间,  $\omega$  为相应的加权系数,  $E(t)$  为松弛模量,  $E'$  和  $E''$  分别为储能模量和损耗模量。不同黏弹

性材料所需的Maxwell单元个数与单元参数值不同。

黏弹性模型是根据剪切松弛实验和体积松弛实验得到的。在剪切松弛实验中, 当试样发生一个时间相关的剪切应变  $\varepsilon(\tau)$  时, 会得到一个时间相关的剪切应力  $\sigma(t)$ , 则  $\sigma(t)$  与  $\varepsilon(\tau)$  的关系式为:

$$\sigma(t) = \int_0^t G_R(t - \tau) \varepsilon(\tau) d\tau \tag{12}$$

上述方程中,  $G_R(t)$  是与时间有关的剪切松弛模量, 定义了材料的响应。而黏弹性材料模型一般都具备长期弹性, 对于作用在试样上一个固定的剪切应变  $\gamma$ , 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $G_R(t) \rightarrow G_\infty$ 。为了简化计算, 剪切松弛模量可以写成下列的归一化(或称为无量纲)形式:

$$g_R(t) = \frac{G_R(t)}{G_0} \tag{13}$$

上述方程中,  $G_0$  为  $t \rightarrow 0$  时的  $G_R(t)$ , 由方程(12)~(13)可得:

$$\sigma(t) = G_0 \int_0^t g_R(t - \tau) \varepsilon(\tau) d\tau \tag{14}$$

上述方程中:

$$g_R(0) = 1, g_R(\infty) = \frac{G_\infty}{G_0} \tag{15}$$

### 3.3 Prony级数

黏弹性材料的剪切模量可以表示成以时间为变量的Prony级数, 它能够表达广义Maxwell模型中材料对时间的依赖特性<sup>[24]</sup>。使用Prony级数表示归一化的剪切松弛模量  $g_R(t)$  和体积松弛模量  $k_R(t)$  的表达式如下所示:

$$g_R(t) = 1 - \sum_{i=1}^N g_i [1 - \exp(-t/\tau_i)] \tag{16}$$

$$k_R(t) = 1 - \sum_{i=1}^M k_i [1 - \exp(-t/\tau_k)]$$

式中,  $g_i, k_i, \tau_i, \tau_k$  为Prony级数的本构参数,  $g_i, k_i$  单位为MPa,  $\tau_i, \tau_k$  单位为s。Prony级数的项数即为图5中的黏壶个数。

### 3.4 DBJ发射药超弹-黏弹本构模型的建立与验证

从应力松弛实验可知, DBJ发射药的黏弹性与温度和时间相关, 具有典型的非线性特征。构建非线性黏弹性本构模型较为复杂。由于DBJ发射药在宏观上

结构和组成较为均一,为简化研究,将DBJ发射药近似作为线性黏弹性材料开展本构模型研究。

### 3.4.1 DBJ发射药的超弹本构模型

研究DBJ发射药的黏弹模型,首先研究DBJ发射药的超弹响应部分。为简化研究,假设DBJ发射药是各向同性弹性体材料,忽略其黏弹性、应力软化(Mullins效应)以及塑性。

采用ABAQUS软件进行DBJ发射药的超弹本构研究。以表1中DBJ发射药的力学性能参数和单轴拉伸实验得到的应力应变结果作为基础数据,进行超弹性本构模型拟合;评估属性设为Hyperelastic;测试模式为Uniaxial;应变范围上限为拉伸实验中试样断裂前所能达到的极限值。

#### (1) DBJ发射药的超弹本构方程

以表2中列出的超弹本构模型对20℃和50℃下DBJ发射药的超弹性进行拟合,拟合结果分别见图6、图7。在常温20℃下(图6)Marlow模型、Reduced Polynomial(N=5)模型与数据重合性较好,在高温50℃时(图7),Marlow模型、Reduced Polynomial(N=5)、Ogden(N=3)模型与数据的重合性较好。综上,Marlow模型、Reduced Polynomial(N=5)能够更好地描述DBJ发射药在不同温度下的超弹行为。

表3为拟合得到的20,50℃时DBJ发射药Reduced Polynomial(N=5)超弹性模型的本构参数,

表3 DBJ发射药超弹性模型本构参数

Table 3 Constitutive parameters of hyperelastic model of DBJ propellant

| model                    | T / °C | value   |
|--------------------------|--------|---|
| Reduced Polynomial (N=5) | 20     | $C_{10}=93.7947105, C_{20}=-5423.04969, C_{30}=308682.072, C_{40}=-10185587.5, C_{50}=136766283$  |
|                          | 50     | $C_{10}=50.3252944, C_{20}=-2032.33629, C_{30}=94690.1266, C_{40}=-2681640.41, C_{50}=31222996.1$ |

由于Marlow模型在进行力学性能模拟前必须从实验数据获取相应的材料属性参数内置于软件平台,不便于获取明确的数值模型以开展进一步研究,而Ogden模型对不同变形工况的适用度较差,相比之下Reduced Polynomial(N=5)模型在获取本构参数后便可进行不同工况模拟,因此选取Reduced Polynomial(N=5)模型建立DBJ发射药的超弹性本构。

#### (2) DBJ发射药超弹本构方程的验证

为验证DBJ发射药Reduced Polynomial(N=5)超弹本构模型的准确性,对DBJ发射药进行常温下的单轴拉伸实验仿真。在ABAQUS里建立和实验试样尺寸相同的单轴拉伸几何模型并划分网格,调用Re-

duced Polynomial(N=5)模型,分析步类型选择Static General,时长与边界条件与1.3节中拉伸实验的条件一致。

Marlow模型无具体输出参数,其结果内置于材料属性中。

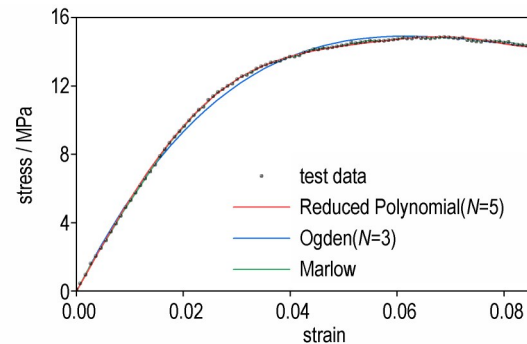


图6 20℃下DBJ发射药超弹性本构模型拟合结果

Fig. 6 Fitting results of hyperelastic constitutive model for DBJ propellant at 20 °C

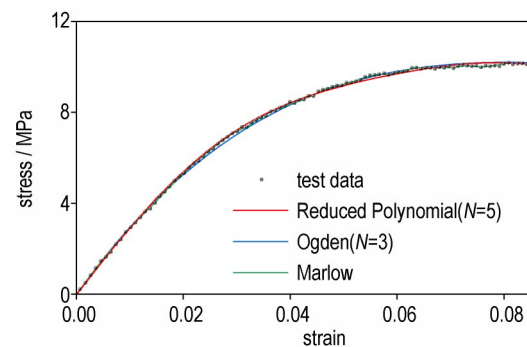


图7 50℃下DBJ发射药超弹性本构模型拟合结果

Fig. 7 Fitting results of hyperelastic constitutive model for DBJ propellant at 50 °C

duced Polynomial(N=5)模型,分析步类型选择Static General,时长与边界条件与1.3节中拉伸实验的条件一致。

应用Reduced Polynomial(N=5)模型得到的仿真应力云图如图8所示,对比DBJ发射药拉伸前后的仿真结果,可看出试样在拉伸过程中存在伸长现象,这与实验现象一致。双基发射药单轴拉伸实验模拟应力-应变曲线与单轴拉伸实测曲线的对比见图9。图9中,应力应变的仿真结果与实测结果之间的最大误差为5.01%,平均误差为3.38%,因此可认为Reduced Polynomial(N=5)模型能够很好地描述DBJ发射药的超弹响应。由于单轴拉伸实验的应力应变不依赖时间

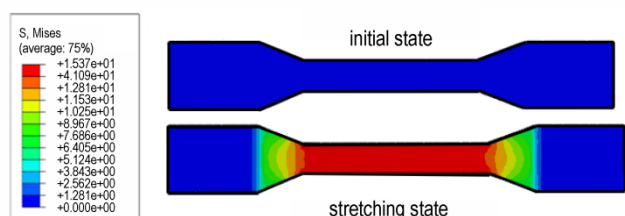


图8 20 °C下DBJ发射药单轴拉伸仿真结果对比。

Fig. 8 Comparison of uniaxial tensile simulation results for DBJ propellant at 20 °C

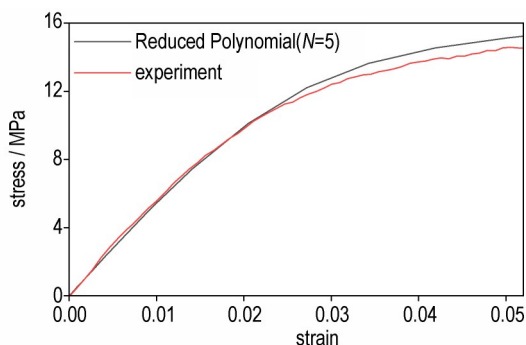


图9 DBJ发射药应力-应变仿真曲线与实验曲线对比

Fig. 9 Comparison of stress-strain simulation curve and experimental curve of DBJ propellant

变化,因此超弹响应就可以很好描述DBJ发射药单轴拉伸的力学响应。

### 3.4.2 DBJ发射药的黏弹性本构模型

在得到DBJ发射药超弹黏弹本构模型的超弹响应部分后,继续开展DBJ发射药常温下的黏弹响应研究。

#### (1) 应力松弛归一化

使用广义Maxwell模型来描述DBJ发射药的非线性黏弹性,其中广义Maxwell模型使用Prony级数来进行表达。为获得Prony级数的参数,首先应用式(13)对DBJ发射药的应力松弛实验数据进行归一化,结果如图10所示。

#### (2) 拟合Prony级数

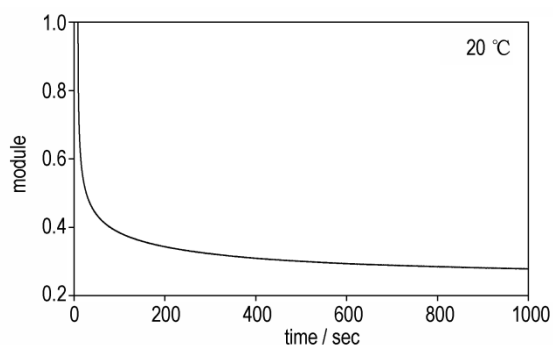


图10 归一化的无量纲应力松弛曲线

Fig.10 Normalized dimensionless stress relaxation curve

将上述归一化数据与Reduced Polynomial( $N=5$ )超弹性模型联用,基于最小二乘法拟合Prony级数。拟合曲线如图11所示,得到的DBJ发射药的Prony级数为二阶,具体参数值在表4中展示。

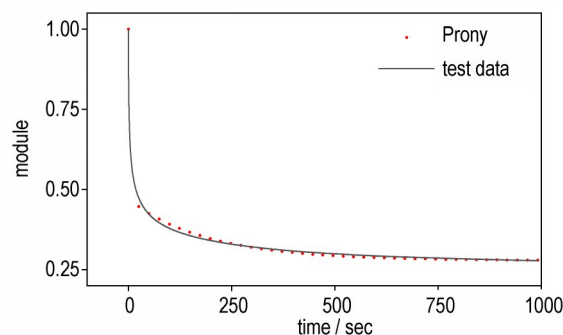


图11 DBJ发射药的Prony级数拟合结果

Fig.11 Fitting results of Prony series of DBJ propellant

表4 DBJ发射药黏弹性Prony级数的拟合参数

Table 4 Parameter values of viscoelastic Prony series of DBJ propellant

| $i$ | $g_i / \text{MPa}$ | $k_i / \text{MPa}$ | $\tau_i / \text{s}$ |
|-----|--------------------|--------------------|---------------------|
| 1   | 0.53272            | 0.0000             | 4.4450              |
| 2   | 0.18858            | 0.0000             | 195.98              |

Note:  $i$  is the order of Prony series.  $g_i$  is shear relaxation modulus.  $k_i$  is bulk relaxation modulus.  $\tau_i$  is relaxation time.

#### (3) DBJ发射药黏弹模型的验证

为验证Prony级数作为DBJ发射药黏弹本构模型对DBJ发射药力学响应的符合程度,在Reduced Polynomial( $N=5$ )作为DBJ发射药超弹模型的基础上,使用ABAQUS软件对DBJ发射药进行应力松弛模拟。其中用来检验模型的实验结果为同批次不同样品的应力松弛结果,应力松弛仿真设置与1.3节中应力松弛实验的条件保持一致,分析类型依次采用Static General、Visco,得到的仿真结果分别见图12和图13。

DBJ发射药的仿真应力云图如图12所示,图12a为加载工况应力云图,图12b为应力松弛应力云图,应力松弛模拟曲线与实测曲线对比如图13所示。从图12可以看出,发射药在受到载荷后出现了应力松弛现象;图13的曲线对比表明,模拟值与实验值符合度较好,其中最大误差为6.49%,平均误差为3.68%,可见Prony级数能够较为准确地描述DBJ发射药的黏弹性行为。拟合误差可能主要来源于实验中标距位移与真实位移的差距。

### 3.4.3 DBJ发射药超弹-黏弹本构模型

根据3.4.1节和3.4.2节对DBJ发射药本构模型的



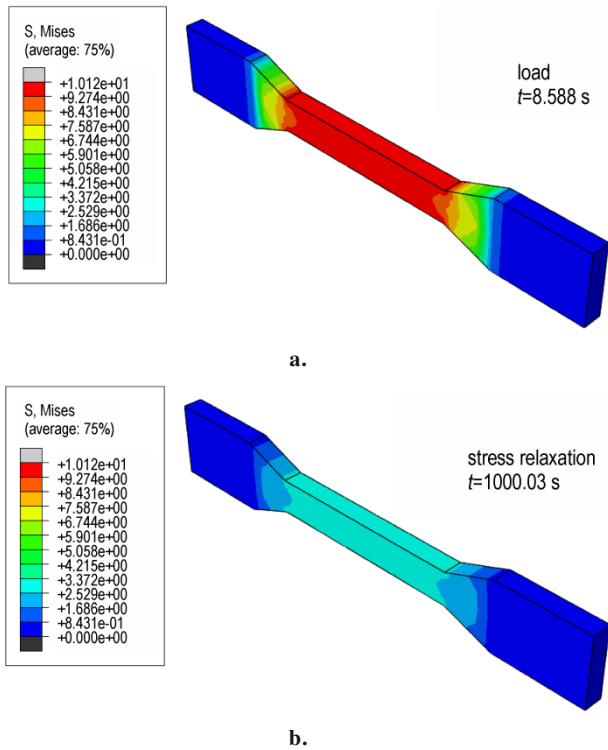


图 12 DBJ发射药应力松弛仿真

Fig. 12 Simulation of stress relaxation of DBJ propellant

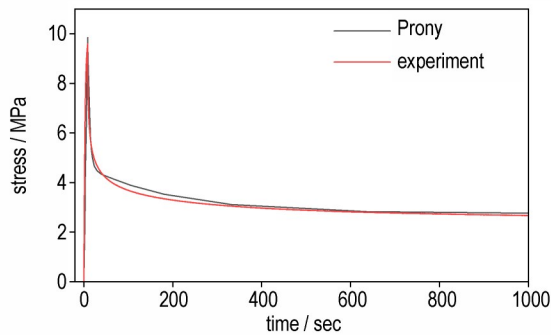


图 13 DBJ发射药应力松弛模拟曲线与实测曲线对比

Fig. 13 Comparison between simulated and measured stress relaxation curve of DBJ propellant

研究结果, 可知在采用 Reduced Polynomial ( $N=5$ ) 为超弹部分, Prony 级数作为黏弹部分时, 可以准确描述 DBJ 发射药的力学响应, 由此建立常温下 DBJ 发射药超弹-黏弹本构模型:

由式(3)和表 3, 可知以 Reduced Polynomial 模型表达的应变能函数为五阶, 表示为:

$$W = C_{10}(I_1 - 30) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 + C_{40}(I_1 - 3)^4 + C_{50}(I_1 - 3)^5 \quad (17)$$

将式(17)代入式(2), 可得本构方程中的超弹项,

$$\sigma_\varepsilon = 2(\lambda^2 - \lambda^{-1}) [C_{10}(I_1 - 3) + 2C_{20}(I_1 - 3) + 3C_{30}(I_1 - 3)^2 + 4C_{40}(I_1 - 3)^3 + 5C_{50}(I_1 - 3)^4] \quad (18)$$

由表 4 可知 Prony 级数为二阶, 因此式(9)中  $n=2$ , 有:

$$E(t) = E_\infty + E_1 \exp(-t/\tau_1) + E_2 \exp(-t/\tau_2) \quad (19)$$

其中, 由 2.3 节中的应力松弛实验结果可得式(9)中  $E_\infty = 2.676$  MPa。

将二阶的式(16)代入式(12), 并对其积分可得本构方程中的黏弹项,

$$\sigma_v = \varepsilon E_\infty + g_1 \tau_1 \dot{\varepsilon} [1 - \exp(-\varepsilon/\tau_1 \dot{\varepsilon})] + g_2 \tau_2 \dot{\varepsilon} [1 - \exp(-\varepsilon/\tau_2 \dot{\varepsilon})] \quad (20)$$

将式(17)、式(19)代入式(1)可得 DBJ 发射药超弹-黏弹本构模型为,

$$\sigma = 2(\lambda^2 - \lambda^{-1}) [C_{10}(I_1 - 3) + 2C_{20}(I_1 - 3) + 3C_{30}(I_1 - 3)^2 + 4C_{40}(I_1 - 3)^3 + 5C_{50}(I_1 - 3)^4] + \varepsilon E_\infty + g_1 \tau_1 \dot{\varepsilon} [1 - \exp(-\varepsilon/\tau_1 \dot{\varepsilon})] + g_2 \tau_2 \dot{\varepsilon} [1 - \exp(-\varepsilon/\tau_2 \dot{\varepsilon})] \quad (21)$$

式(21)中的具体参数值见表 3 和表 4。 $\lambda$  和  $\dot{\varepsilon}$  根据实验得出,  $I_1$  根据式(2)计算。

#### 4 结论

对 DBJ 发射药的黏弹性开展了实验和模拟仿真研究, 建立了 DBJ 发射药超弹-黏弹本构模型, 得到以下结论:

(1) DBJ 发射药的力学行为和断面结构均表明 DBJ 发射药是一种黏弹性材料。

(2) DBJ 发射药的本构模型可以用 Reduced Polynomial ( $N=5$ ) 超弹本构模型和 Prony 级数黏弹本构模型共同描述, 模型参数可通过单轴拉伸应力应变数据和应力松弛实验数据获取。

(3) 仿真结果显示, 所建立的超弹本构模型得到应力应变与实测结果之间的平均误差为 3.38%, 最大误差为 5.01%; 超弹-黏弹本构模型得到的应力松弛结果与实测值之间的平均误差为 3.68%, 最大误差为 6.49%, 说明建立的 DBJ 发射药超弹-黏弹本构方程能够较好地反映 DBJ 发射药的黏弹性。

#### 参考文献:

[1] 孙政伟, 许进升, 周长省, 等. NEPE 推进剂低高应变率下改进的黏-超弹本构模型[J]. 爆炸与冲击, 2021, 41(3): 75-85.  
SUN Zheng-weil, XU Jin-sheng, ZHOU Chang-sheng, et al. An improved visco-hyperelastic constitutive behaviour of NEPE propellant at low and high strain rates[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2021, 41(3): 75-85.  
[2] 常新龙, 赖建伟, 张晓军, 等. HTPB 推进剂高应变率粘弹性本



- 构模型研究[J]. 推进技术, 2014, 35(1): 123-127.  
CHANG Xin-long, LAI Jian-wei, ZHANG Xiao-jun, et al. High strain-rate viscoelastic constitutive model for HTPB propellant[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2014, 35(1): 123-127.
- [3] ZHANG G, LIU X, ZHANG J, et al. Study on tensile mechanical properties of GAP/CL-20/HMX propellant[J]. *Propellants Explosives Pyrotechnics*, 2022, 47(11): 1-9.
- [4] 徐一航, 李道奎, 周仕明, 等. 基于并行流变框架 HTPB 推进剂本构模型研究[J]. 推进技术, 2022, 43(9): 403-410.  
XU Yi-hang, LI Dao-kui, ZHOU Shi-ming, et al. HTPB Propellant constitutive model based on parallel rheological framework[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(9): 403-410.
- [5] 徐皖育, 何卫东, 王泽山. JMZ 发射药力学性能研究[J]. 含能材料, 2007, 15(3): 235-239.  
XU Wan-yu, HE Wei-dong, WANG Ze-shan. Mechanical Properties of JMZ Gun Propellants[J]. *Chinese Journal of Energetic Materials(Hanneng Cailiao)*, 2007, 15(3): 235-239.
- [6] 贺孝军, 徐霞, 杜兰平, 等. 热塑性弹性体对硝胺发射药力学性能和燃烧性能的影响[J]. 含能材料, 2011, 19(1): 65-68.  
HE Xiao-jun, XU Xia, DU Lan-ping, et al. Effect of thermoplastic elastomer on mechanical properties and combustion performance of nitroamine propellant[J]. *Chinese Journal of Energetic Materials(Hanneng Cailiao)*, 2011, 19(1): 65-68.
- [7] 杨建兴, 杨伟涛, 马方生, 等. RDX 粒度对硝胺发射药力学性能及燃烧性能的影响[J]. 含能材料, 2017, 25(9): 706-711.  
YANG Jian-xing, YANG Wei-tao, MA Fang-sheng, et al. Effect of RDX particle size on the mechanical and combustion properties of nitramine gun propellant[J]. *Chinese Journal of Energetic Materials(Hanneng Cailiao)*, 2017, 25(9): 706-711.
- [8] 国防科学技术工业委员会. GJB770B-2005: 火药试验方法[S]. 北京: 国防科工委军标出版发行部, 2005.  
Commission of Science, Technology and Industry for National Defense. GJB770B-2005: Test methods for gunpowder[S]. Beijing, Commission of Science, Technology and Industry for National Defense military standard publishing department, 2005.
- [9] 李维. 关于屈服强度( $\sigma_{0.2}$ )的说明[J]. 理化检验(物理分册), 2000, 36(5): 212.  
LI Wei. Description of yield strength ( $\sigma_{0.2}$ )[J]. *Physical Testing and Chemical Analysis Part A: Physical Testing*, 2000, 36(5): 212.
- [10] 任晓莉, 刘有智. 硝化棉生产工艺中配酸及其热交换的模型设计[J]. 火炸药学报, 2002, 25(4): 62-65.  
REN Xiao-li, LIU You-zhi. Model design of acids mix and heat exchange in NC technology[J]. *Chinese Journal of Explosives & Propellants*, 2002, 25(4): 62-65.
- [11] 丁海琴. 用于弹药的聚合物合成、改性与性能研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2013  
DING Hai-qin. Study on Synthesis, Modification and Properties of Polymers for Ammunition[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2013.
- [12] 王燕. 干纤维增强橡胶膨胀节缠绕线型设计及轨迹研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2017.  
WANG Yan. The Design of Winding Pattern and Research of The Motion Trajectory for Dry Fiber Reinforced Rubber Expansion Joint[D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2017.
- [13] OGDEN R W. Large deformation isotropic elasticity: on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids[J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1972, 326(1567): 565-584.
- [14] YEOH O H. Some forms of the strain energy function for rubber[J]. *Rubber Chemistry and Technology*, 1993, 66(5): 754-771.
- [15] 何小静. 橡胶隔振器静态特性计算与建模方法的研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2012.  
HE Xiao-jing. An Investigation on calculation and Modeling Methods for Static Properties of a Rubber Isolator[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2012.
- [16] 路纯红, 白鸿柏. 粘弹性材料本构模型的研究[J]. 高分子材料科学与工程, 2007(06): 28-31.  
LU Chun-hong, BAI Hong-bai. Study on constitutive model of viscoelastic materia[J]. *Polymer Materials Science and Engineering*, 2007(06): 28-31.
- [17] YU K, XIE T, LENG J, et al. Mechanisms of multi-shape memory effects and associated energy release in shape memory polymers[J]. *Soft Matter*, 2012, 8(20): 5687-5695.
- [18] 朱兆祥, 徐大本, 王礼立. 环氧树脂在高应变率下的热粘弹性本构方程和时温等效性[J]. 宁波大学学报(理工版), 1988(01): 58-68.  
ZHU Zhao-xiang, XU Da-beng, WANG Li-li. Thermoviscoelastic constitutive equation and time-temperature equivalence of epoxy resin at high strain rates[J]. *Journal of Ningbo University*, 1988(1): 58-67.
- [19] 余家泉, 陈雄, 周长省, 等. EPDM 薄膜橡胶包覆材料的粘-超弹本构模型研究[J]. 推进技术, 2015, 36(3): 465-470.  
YU Jia-quan, CHEN Xiong, ZHOU Chang-sheng, et al. Visco-hyperelastic constitutive model for filmy EPDM inhibitor[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2015, 36(3): 465-470.
- [20] GENT AN. A New Constitutive Relation for Rubber[J]. *Rubber Chemistry & Technology*, 1996: 59-61.
- [21] MARLOW R. A general first-invariant hyperelastic constitutive model[J]. *Constitutive Models for Rubber*, 2003: 157-160.
- [22] KUMAR P. Material Behavior: Stress-Strain Relations [M]. World Scientific Publishing House, 2022: 175-218.
- [23] 陈鑫, 贾有军, 郜婕, 等. 常应变率下某固体推进剂非线性粘弹性本构关系研究[J]. 固体火箭技术, 2018, 41(3): 319-324, 337.  
CHEN Xin, JIA You-jun, GAO Jie, et al. Study on the nonlinear viscoelastic constitutive relation of a solid propellant under constant strain rates[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2018, 41(3): 319-324, 337.
- [24] 梁晟, 张永军, 罗文波. 沥青混合料动态模量转换为松弛模量及蠕变柔量的方法[C]//第十四届全国流变学学术会议论文集. 2018: 75-75.  
LIANG Sheng, ZHANG Yong-jun, LUO Wen-bo. Method of converting dynamic Modulus of asphalt Mixture into relaxation modulus and creep compliance[C]//Proceedings of the 14th National Conference on Rheology. 2018: 75-75.

## Viscoelastic Properties and Constitutive Model of Double-Base Propellant

XIA Jian-dong, XU Bin, LIAO Xin

(School of Chemistry and Chemical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** In order to characterize the mechanical response of double-base propellant, the viscoelastic properties and constitutive model of double base propellant were studied. Firstly, the viscoelastic properties of double-base propellant were investigated by tensile, compression and stress relaxation experiments with an observation of fracture surface. Then, a hyperelastic-viscoelastic model of double base propellant was established based on the Reduced Polynomial ( $N=5$ ) model and Prony series. The parameters of the developed model were obtained by the experimental data. Finally, the hyperelastic-viscoelastic model of double base propellant was verified. The relatively error between the results of the simulation calculated by the hyperelastic model and the experiment for uniaxial tensile stress-strain is less than 5.01%. The relatively error between the results of simulation and experiment for stress relaxation is less than 6.49%. The developed hyperelastic-viscoelastic constitutive model of double-base propellant can well describe the mechanical properties of double base propellant, which provides a significant method for the research of mechanical properties of propellant.

**Key words:** propellant; viscoelastic; stress relaxation; constitutive model

**CLC number:** TJ55

**Document code:** A

**DOI:** 10.11943/CJEM2023145

(责编: 姜梅)