

文章编号:1006-9941(2020)05-0456-08

考虑 T 应力的 PBX 裂纹尖端失效区和起裂行为

董天宝,袁洪魏,赵龙,唐维

(中国工程物理研究院化工材料研究所,四川绵阳 621999)

摘要: 为了研究高聚物粘结炸药(PBX)结构在复杂应力状态下裂纹的起裂特征,针对中心贯穿斜裂纹的无限大平板模型,基于考虑 T 应力的裂纹尖端应力场和 Drucker-Prager 强度准则,理论上给出了考虑材料拉压比、泊松比、静水压力、应力状态、裂纹面闭合摩擦以及 T 应力的 PBX I-II 复合型裂纹尖端失效区隐式控制方程。利用裂纹尖端失效区最小半径起裂准则,研究了 T 应力对 PBX 裂纹尖端失效区和起裂行为的影响。理论研究表明,远场拉伸下, T 应力导致裂尖失效区增大($0^\circ < \beta < 45^\circ$)或减小($45^\circ < \beta < 90^\circ$), T 应力使裂纹起裂角减小;远场压缩下,裂纹处于纯 II 型状态,裂纹面闭合摩擦效应减小了裂尖失效区,但不影响起裂角。 T 应力使压剪裂纹起裂角增大并减小了失效区。同时, T 应力使最危险裂纹倾角 β_0 明显增大。因此,研究 PBX 裂纹起裂行为,需要充分考虑裂纹尖端 T 应力的影响。

关键词: 高聚物粘结炸药(PBX); T 应力;复合型裂纹;裂纹尖端失效区

中图分类号: TJ55; O346.1

文献标志码: A

DOI: 10.11943/CJEM2019133

1 引言

在武器系统中,高聚物粘结炸药(PBX)部件除了具备固有的爆轰性能外,常以承受载荷的结构件形式存在。在加工、装配、运输及服役过程中,PBX 部件在复杂受力状态下的结构完整与否,严重影响着武器系统使用的可靠性与安全性。复杂应力状态下 PBX 裂纹起裂行为的研究,对其服役性能评估具有重要意义,而裂纹尖端失效区的描述是该行为研究和起裂准则建立的基础和前提。

小范围屈服下线弹性断裂力学认为,在裂纹尖端核心区域存在一定的屈服区,屈服区内材料发生屈服失效,屈服区外材料依然满足线弹性断裂力学理论^[1]。TATB 基 PBX 在拉伸/压缩过程中存在一定的塑性变形^[2],但没有明显的屈服阶段,参考岩石等材料研究领域中临界裂纹区(fracture processing zone)和微破裂

区描述方法^[3],可以认为 PBX 裂尖存在一个失效区域,在该失效区内 PBX 材料发生力学失效,在失效区外材料依然满足 PBX 弹塑性力学特性描述。美国阿拉莫斯实验室的 Liu C 等^[4]对 PBX-9502 裂纹尖端区域应变场的进行监测,根据 PBX-9502 拉伸破坏应变(0.2%~0.3%)推断出裂纹尖端附近存在较大的损伤区(damage zone),或称断裂过程区(fracture processing zone)。刘晨等^[5]针对具有明显塑性特征的 TATB 基 PBX,测量了裂纹尖端区域全场应变,数据表明 PBX 裂纹尖端区域发生了塑性变形,存在裂纹尖端塑性区(crack tip plastic zone)。强洪夫等^[6-7]基于统一强度理论建立了适用于固体推进剂的复合型裂纹尖端塑性区模型,并成功应用于固体推进剂复合型裂纹起裂准则,裂纹尖端塑性区的描述对于起裂行为研究非常重要。王阳等^[8]针对 HTPB 推进剂复合型裂纹,利用数字图像相关法获得了复合型裂纹尖端全场变形,确定出了应变集中区域边界形状,描述了复合型裂纹尖端应变场特征。由于 PBX 材料破坏应变很小,裂纹尖端失效区试验观测较为困难,尚未见描述裂纹尖端失效区形状和大小的试验报道。

PBX 力学行为表现出拉压不对称的特性^[9],建立裂纹尖端失效区理论模型时,需要充分考虑材料的力

收稿日期:2019-05-12;修回日期:2019-09-01

网络出版日期:2019-12-05

基金项目:国家自然科学基金资助(11604309)

作者简介:董天宝(1989-),男,工程师,主要从事炸药力学性能研究。e-mail:dongtianbao@caep.cn

通信联系人:唐维(1981-),男,高级工程师,主要从事炸药力学性能研究。e-mail:tangwei@caep.cn

引用本文:董天宝,袁洪魏,赵龙,等.考虑 T 应力的 PBX 裂纹尖端失效区和起裂行为[J].含能材料,2020,28(5):456-463.

DONG Tian-bao, YUAN Hong-wei, ZHAO Long, et al. PBX Crack Tip Failure Zone and Fracture Behavior Considering the T -stress[J]. Chinese Journal of Energetic Materials (Hanneng Cailiao), 2020, 28(5):456-463.

学特性。PBX 裂纹尖端失效区计算准确与否依赖于强度准则的选取和裂纹尖端应力场的描述,根据以往的强度准则在 PBX 结构破坏失效分析适用性研究^[10-12],以及文献[13]中不同强度准则下裂纹尖端失效区对比分析,认为 Drucker-Prager 准则综合考虑了拉压比、静水压力和偏应力对材料强度的影响,更适合于 PBX 裂纹尖端失效区理论模型的建立。另一方面,以往的裂纹尖端失效区理论模型的建立过程中,往往只运用了裂纹尖端应力场中 $r^{-1/2}$ 奇异应力项^[14],而将 T 应力(非奇异的常数项)忽略。近年来研究表明, T 应力对裂尖塑性区有着非常重要的影响^[15-17],越来越多的考虑 T 应力的起裂判据更加符合试验结果^[18-19]。

PBX 结构件在武器系统中处于复杂应力状态,其裂纹起裂行为多呈现出复合型裂纹起裂特征。本研究以无限大平板中心贯穿斜裂纹为模型,基于 Drucker-Prager 强度准则,建立考虑 T 应力的 PBX 裂纹尖端失效区理论模型,利用裂纹尖端失效区最小半径开裂准则,研究裂纹倾角、裂纹面闭合摩擦以及 T 应力对 PBX 裂纹裂尖失效区和起裂行为的影响,为复杂应力状态下 PBX 结构裂纹起裂机理研究提供基础。

2 理论模型

2.1 复合型裂纹尖端附近应力场

Williams^[14]指出裂纹尖端的弹性应力场可表述为:

$$\sigma_{i,j} = A_1 r^{-1/2} f_{ij}^1(\theta) + A_2 f_{ij}^2 + A_3 r^{1/2} f_{ij}^3(\theta) + L \quad (1)$$

式中,第一项为奇异应力项,在裂纹尖端占据主导地位;第二项为非奇异常数项,即 T 应力。第三项及后续项为 r 的高阶项,当 $r \rightarrow 0$ 时,可以忽略不计。对于无限大平板含长度 2a 的中心贯穿斜裂纹模型,如图 1 所示,其中 σ_x 和 σ_y 分别是 x 和 y 方向的远场应力, τ_{xy} 为远场的剪应力。如果 $\sigma_x = \sigma_y$,则裂纹尖端应力场为^[19]:

$$\begin{cases} \sigma_{x'} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{y'} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \tau_{x'y'} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{cases} \quad (2)$$

式中, $K_I = \sigma_y \sqrt{\pi a}$ 和 $K_{II} = \tau_{xy} \sqrt{\pi a}$ 分别表示 I 型和 II 型应力强度因子。 $\sigma_{x'}$ 、 $\sigma_{y'}$ 和 $\tau_{x'y'}$ 分别为局部坐标系 $x'-y'$ 下裂纹尖端应力; θ 和 r 为 $x'-y'$ 坐标系下的极坐标角度和矢径; a 为半裂纹长度。式(2)成立的条件是: ① $r/a \ll 1$; ② $\sigma_x = \sigma_y$ 且均为拉应力。其中, $r/a \ll 1$ 的条件

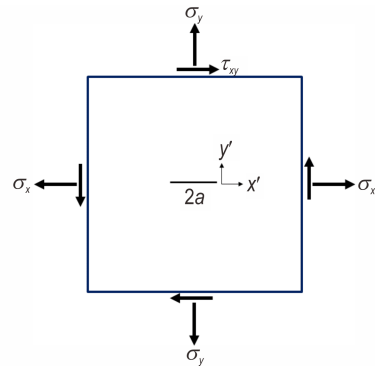


图 1 含中心裂纹无限大平板

Fig.1 An infinite plate with a central crack

早已形成普遍共识,而 $\sigma_x = \sigma_y$ 的条件往往被忽略。如果 $\sigma_x \neq \sigma_y$ 时,图 1 所示的裂纹尖端还需附加非奇异 T 应力项,式(2)还需加上 T(沿裂纹面方向)和 N(垂直裂纹面方向),即^[19]:

$$\begin{cases} \sigma_{x'} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) + T \\ \sigma_{y'} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + N \\ \tau_{x'y'} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{cases} \quad (3)$$

式中, T 和 N 所产生的应力统称为 T 应力。若图 1 中裂纹为倾斜裂纹,则需要将远场应力分解为沿着裂纹和垂直于裂纹面方向的应力分量。本文主要研究远场单向拉伸压缩载荷下,无限大平板中心贯穿 I-II 复合型裂纹尖端失效区和起裂行为。在远场单向正应力加载下,其应力分解如图 2 所示。局部坐标系 $x'-y'$ 中应力分量为:

$$\begin{cases} \sigma_{x'} = \sigma \cos^2 \beta \\ \sigma_{y'} = \sigma \sin^2 \beta \\ \tau_{x'y'} = \sigma \sin \beta \cos \beta \end{cases} \quad (4)$$

式中, β 为裂纹与远场载荷之间的夹角, σ 为远场单向拉伸或压缩应力。

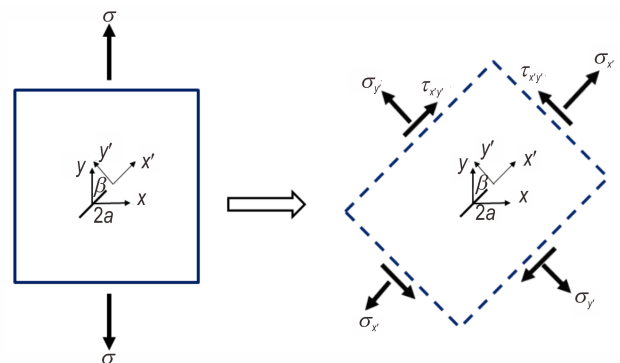


图 2 含中心裂纹无限大平板应力分解

Fig.2 Stress analysis of an infinite plate with a central crack

远场拉伸($\sigma > 0$)时,此时复合型裂纹 I 型与 II 型应力强度因子分量(K_I 、 K_{II})和 T 应力^[20](T 、 N)的表达式如下:

$$\begin{cases} K_I = \sigma_{y'} \sqrt{\pi a} = \sigma \sqrt{\pi a} \sin^2 \beta = \sigma \sqrt{\pi a} K_I(\beta) \\ K_{II} = \tau_{x'y'} \sqrt{\pi a} = \sigma \sqrt{\pi a} \sin \beta \cos \beta = \sigma \sqrt{\pi a} K_{II}(\beta) \\ T = \sigma_{x'} - \sigma_{y'} = \sigma \cos 2\beta = \sigma T(\beta) \\ N = \sigma_{y'} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

远场压缩($\sigma < 0$)时,裂纹两个表面相互接触,此时应力强度因子 I 型分量 $K_I = 0$,同时考虑裂纹面闭合的摩擦效应。计算应力强度因子 II 型分量(K_{II})时应使用有效剪切应力 τ_{eff} ^[20],图 2 中单向压缩条件下有效剪切应力 τ_{eff} 表达式为:

$$\tau_{\text{eff}} = \begin{cases} 0 & |\tau_{x'y'}| < \mu |\sigma_{y'}| \\ \tau_{x'y'} - \mu |\sigma_{y'}| & |\tau_{x'y'}| \geq \mu |\sigma_{y'}| \end{cases} \quad (6)$$

式中, μ 为摩擦系数。此时,复合型裂纹的 K_I 、 K_{II} 、 T 、 N 表达式如下:

$$\begin{cases} K_I = 0 \\ K_{II} = \tau_{\text{eff}} \sqrt{\pi a} = \begin{cases} 0 & |\tau_{x'y'}| < \mu |\sigma_{y'}| \\ \sigma \sqrt{\pi a} (\sin \beta \cos \beta - \mu \sin^2 \beta) & |\tau_{x'y'}| \geq \mu |\sigma_{y'}| \\ = \sigma \sqrt{\pi a} K_{II}(\beta) \end{cases} \\ T = \sigma_{x'} - \sigma_{y'} = \sigma \cos 2\beta = \sigma T(\beta) \\ N = \sigma_{y'} = \sigma \sin^2 \beta = \sigma N(\beta) \end{cases} \quad (7)$$

以上式(5)和式(7)中, $K_I(\beta)$ 、 $K_{II}(\beta)$ 、 $T(\beta)$ 和 $N(\beta)$ 代表裂纹应力强度因子和 T 应力的无量纲参量,一定程度上代表着应力强度因子和 T 应力随 β 的变化情况。

2.2 强度准则的非主应力表达

选取 Drucker-Prager 强度准则建立 PBX I-II 复合型裂纹尖端失效区理论模型,Drucker-Prager 强度准则主应力表达式如下^[13]:

$$\begin{cases} \tau_8 + \frac{\sqrt{2}(1-\alpha)}{(1+\alpha)} \sigma_8 = \frac{2\sqrt{2}\sigma_1}{3(1+\alpha)} \\ \tau_8 = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ \sigma_8 = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \end{cases} \quad (8)$$

式中, σ_1 、 σ_2 和 σ_3 分别为第一、第二和第三主应力。材料破坏强度拉压比为 $\alpha = \sigma_t/\sigma_c$, σ_t 和 σ_c 分别为材料单轴拉伸和压缩破坏强度。根据材料力学中主应力公式将式(8)转换为非主应力表达,平面应力状态为:

$$\frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x + \sigma_y)^2 + 3(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 12\tau_{xy}^2} + \frac{1-\alpha}{1+\alpha} (\sigma_x + \sigma_y) = \frac{2\sigma_1}{1+\alpha} \quad (9)$$

平面应变状态为:

$$\frac{1}{2} \sqrt{(1-2\nu)^2 (\sigma_x + \sigma_y)^2 + 3(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 12\tau_{xy}^2} + \frac{(1-\alpha)(1+\nu)}{1+\alpha} (\sigma_x + \sigma_y) = \frac{2\sigma_1}{1+\alpha} \quad (10)$$

2.3 考虑 T 应力的复合型裂纹尖端失效区

定义无限大板载荷应力水平为 $S = \sigma/\sigma_t$, 裂纹尖端失效区无量纲矢径为 r/a , 将引入 T 应力的裂纹尖端应力场表达式(3)代入式(9)和(10)中,得到平面应力状态下,包含裂纹尖端失效区无量纲矢径(r/a)的隐式控制方程为:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sqrt{\left(C_1 \sqrt{\frac{a}{r}} + C_2 \sqrt{\frac{a}{r}} + T(\beta) + N(\beta) \right)^2 + 3 \left(C_3 \sqrt{\frac{a}{r}} + C_4 \sqrt{\frac{a}{r}} + T(\beta) - N(\beta) \right)^2 + 12 \left(C_5 \sqrt{\frac{a}{r}} \right)^2} + \\ & \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \left(C_1 \sqrt{\frac{a}{r}} + C_2 \sqrt{\frac{a}{r}} + T(\beta) + N(\beta) \right) = \frac{2}{(1+\alpha)S} \end{aligned} \quad (11)$$

平面应变状态下,包含该无量纲矢径(r/a)的隐式控制方程为:

$$\frac{1}{2} \sqrt{(1-2\nu)^2 \left(C_1 \sqrt{\frac{a}{r}} + C_2 \sqrt{\frac{a}{r}} + T(\beta) + N(\beta) \right)^2 + 3 \left(C_3 \sqrt{\frac{a}{r}} + C_4 \sqrt{\frac{a}{r}} + T(\beta) - N(\beta) \right)^2 + 12 \left(C_5 \sqrt{\frac{a}{r}} \right)^2} + \frac{(1-\alpha)(1+\nu)}{1+\alpha} \left(C_1 \sqrt{\frac{a}{r}} + C_2 \sqrt{\frac{a}{r}} + T(\beta) + N(\beta) \right) = \frac{2}{(1+\alpha)S} \quad (12)$$

式(11)和式(12)中, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 表达式分别为:

$$\begin{aligned} C_1(\beta, \theta) &= \frac{K_I(\beta)}{\sqrt{2}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \\ C_2(\beta, \theta) &= \frac{K_{II}(\beta)}{\sqrt{2}} \left[\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] \\ C_3(\beta, \theta) &= \frac{K_I(\beta)}{\sqrt{2}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \\ C_4(\beta, \theta) &= \frac{-K_{II}(\beta)}{\sqrt{2}} \left[\sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ C_5(\beta, \theta) &= \frac{K_I(\beta)}{\sqrt{2}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}(\beta)}{\sqrt{2}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

求解上述隐式方程(11)和(12), 即可获得复合型裂纹尖端失效区无量纲矢径(r/a)。当 $T = 0, N = 0$ 时, 无量纲矢径(r/a)的隐式方程可以退化为不考虑 T 应力的复合型裂纹尖端失效区显式表达式。

2.4 最小失效区半径起裂准则(r/a)_{min}

复合型裂纹的起裂参数一般包括起裂角度和起裂强度。为了基于裂纹尖端失效区理论模型研究复合型裂纹起裂行为, 引入最小失效区半径起裂准则^[21-22], 假设裂纹沿着失效区半径最小的方向扩展, 即:

$$\frac{d(r/a)}{d\theta} = 0, \quad \frac{d^2(r/a)}{d\theta^2} > 0 \quad (14)$$

以最小失效区半径(r/a)_{min} 表征起裂强度, 对应角度 θ_0 表征复合型裂纹起裂角, 描述复合型裂纹的起裂行为。

3 结果与讨论

3.1 裂纹倾角 β 和应力水平 S 对裂纹参数的影响

图3给出了复合型裂纹尖端无量纲参数 $K_I(\beta), K_{II}(\beta), T(\beta)$ 和 $N(\beta)$ 随裂纹倾角 β 的变化情况。远场拉伸状态下, 随着 β 的增大, 沿着裂纹面方向 T 应力无量纲参数 $T(\beta)$ 不断减小, 垂直于裂纹面的压力恒为零。远场压缩状态下, 裂纹面闭合仅存在应力强度因子 II 型分量, 处于纯 II 型裂纹状态。随着 β 不断增大, 裂纹尖端应力强度因子 K_{II} 的无量纲参数 $K_{II}(\beta)$ 先增大后减小。对于 $\beta > \text{arccot}(\mu)$ 情况, 裂纹尖端应力强度因子 K_{II} 恒为零。从公式(5)和公式(7)可以看出, 复合型裂纹尖端 K_I, K_{II}, T, N 均与远场应力 σ 成简单线性关系。本研究以某 TATB 基 PBX 为例, 计算 PBX 材料复合型裂纹尖端失效区及起裂行为, 材料参数见表 1。

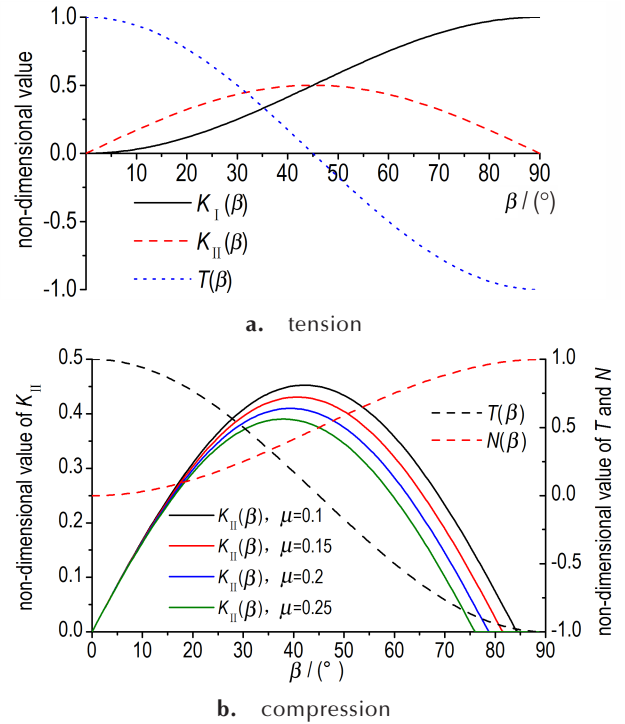


图3 远场拉伸和压缩下裂纹尖端无量纲参数随 β 变化情况
Fig.3 Non-dimensional value of crack tip parameters with different β under far field tension and compression

表1 TATB 基 PBX 裂尖失效区计算参数

parameters	S	σ_t / MPa	σ_c / MPa	α	ν
TATB based PBX	0.2	8.56	27.61	0.31	0.37

Note: S is stress level of load, σ_t is tension strength, σ_c is compression strength, α is tension-compression strength ratio, ν is Poisson ratio.

3.2 T 应力对裂尖失效区的影响

3.2.1 远场拉伸 ($\sigma > 0$)

远场拉伸状态下, 裂纹面张开无压力 ($N=0$)。如图4所示, 在应力水平不变 ($S=0.2$) 情况下, 随着 β 的减小 ($90^\circ \rightarrow 0^\circ$), 裂纹由纯 I 型, 转变为 I-II 复合型, 并趋向于 II 型裂纹, 裂纹尖端失效区尺寸显著减小; 由于拉伸状态下, β 从 0° 变化到 90° 过程中, T 应力存在正负转换且对称。当 $\beta=45^\circ$ 时, T 应力恒为零不影响失效区大小和形状; 当 $\beta=90^\circ$ 时, T 应力导致失效区显著减小; 当 $\beta=22.5^\circ$ 时, T 应力导致失效区显著增大。(注: 全文图中 YES 表示考虑 T 应力, NO 表示不考虑 T 应力。)

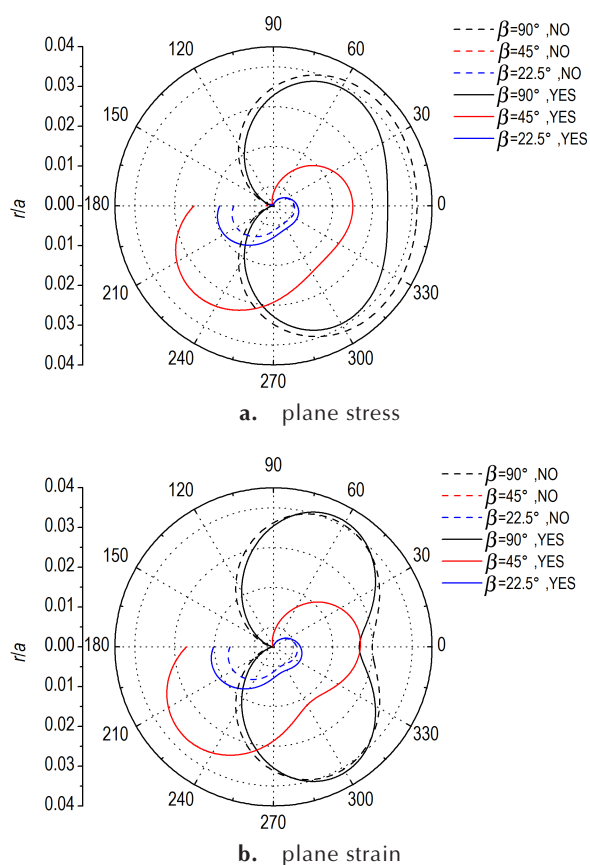


图4 T 应力对不同倾角 β 下PBX I - II复合型裂纹尖端失效区的影响

Fig.4 Effects of T stress on PBX I - II mixed mode crack tip failure zone with different crack angle β ('YES' and 'NO' represent that the T -stress is considered or not)

3.2.2 远场压缩 ($\sigma < 0$)

远场压缩状态下,裂纹面闭合且存在一定的压力,此时裂纹面闭合摩擦效应不可忽略。 T 应力不仅包括沿着裂纹方向的 T 应力,还包括垂直于裂纹方向的 N 应力。裂纹尖端应力强度因子I型分量 $K_I=0$ 。应力强度因子II型分量 K_{II} 取决于有效剪切应力 τ_{eff} 的大小。对于 $\beta > \text{arccot}(\mu)$ 情况,裂纹尖端应力强度因子 $K_{II}=0$ 。针对单向压缩比较容易破坏的裂纹倾角 $\beta=22.5^\circ$,研究 T 应力和裂纹面闭合摩擦对裂纹尖端失效区的影响。如图5所示, T 应力的引入,使裂纹尖端失效区显著减小。随着摩擦系数 μ 的增大,裂纹尖端失效区也显著减小。

3.3 T 应力对起裂参数的影响

3.3.1 远场拉伸 ($\sigma > 0$)

图6给出了远场拉伸下复合型裂纹起裂角度 θ_0 和最小失效区半径 $(r/a)_{min}$ 随裂纹倾角 β 的变化情况。对于平面应力状态,由于考虑了材料拉压比 α 的影响,最

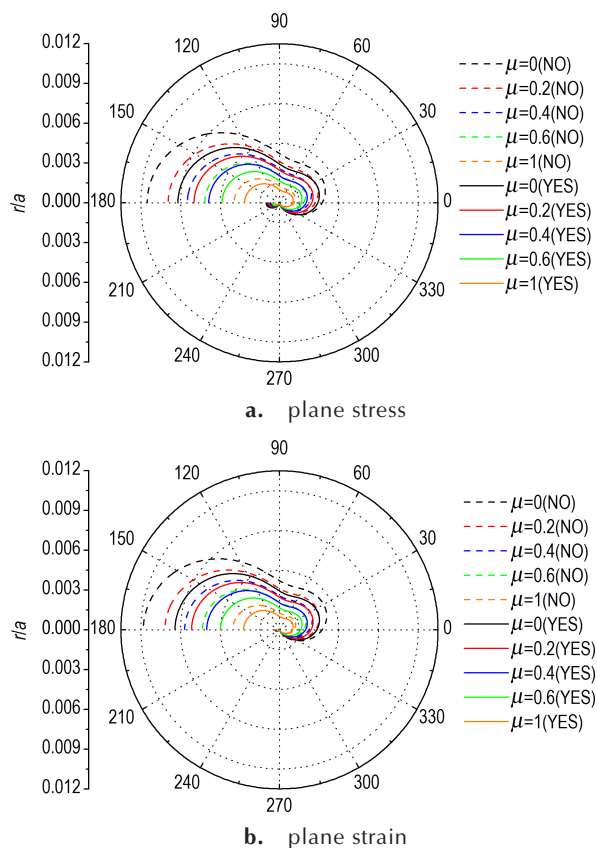


图5 T 应力对不同摩擦系数 μ 下PBX压缩剪切裂纹尖端失效区的影响($\beta=22.5^\circ$)

Fig.5 Effects of T stress on PBX compression-shear crack tip failure zone under different friction coefficient μ ($\beta=22.5^\circ$)

小失效区半径准则与最大周向应力准则确定出的起裂角度有很大区别,如图6a所示。随着拉压比的增大, $(r/a)_{min}$ 准则确定出的起裂角明显增大,而 $\sigma_{\theta_{max}}$ 准则确定出的起裂角与拉压比无关。对于 $(r/a)_{min}$ 准则来说, T 应力使起裂角减小。图6b中,随着材料拉压比的增大,失效区最小半径显著减小,复合型裂纹不易起裂。 T 应力使失效区最小半径显著增大($\beta < 45^\circ$)或减小($\beta > 45^\circ$),增加($\beta < 45^\circ$)降低($\beta > 45^\circ$)起裂风险。裂纹倾角 $\beta=90^\circ$ 时,失效区最小半径取得最大值,说明拉伸状态下最危险裂纹倾角 $\beta_0=90^\circ$ 。

3.3.2 远场压缩 ($\sigma < 0$)

图7给出了远场压缩下纯II型裂纹起裂角度 θ_0 和最小失效区半径 $(r/a)_{min}$ 随裂纹倾角 β 的变化情况。远场压缩状态下,纯II型裂纹面闭合,不仅需要沿着裂纹方向 T 应力和垂直裂纹方向 N 应力的影响,还要考虑裂纹面闭合摩擦的影响。传统的 $\sigma_{\theta_{max}}$ 准则无法区分平面应力和平面应变问题,而 $(r/a)_{min}$ 准则计算表明,平面应变比平面应力状态起裂角更大一些,如图7所示; T 应力使起裂角增大,而且这种增大趋势在 β 偏大且 $\beta < \text{arccot}(\mu)$ 的

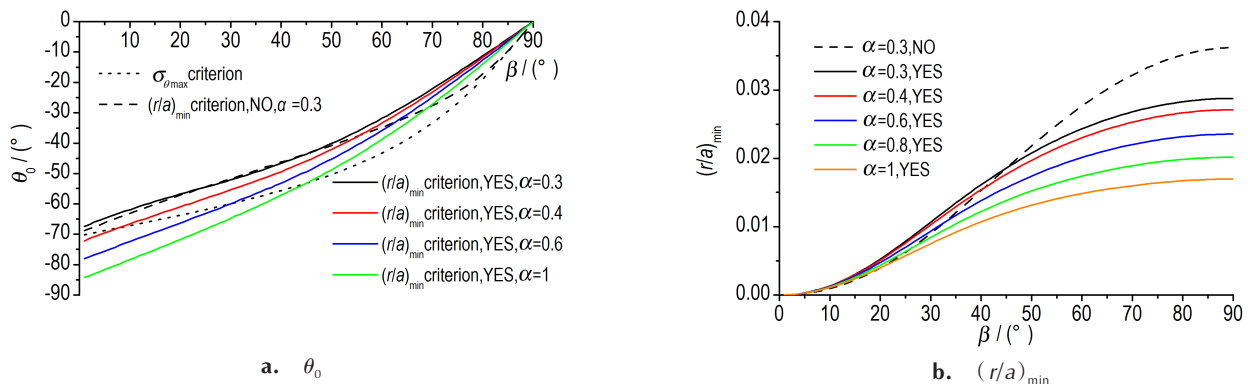


图 6 起裂角度和最小失效区半径随 β 变化曲线(平面应力)

Fig.6 Fracture angles and minimum failure zone radius variation curves with β (plane stress)

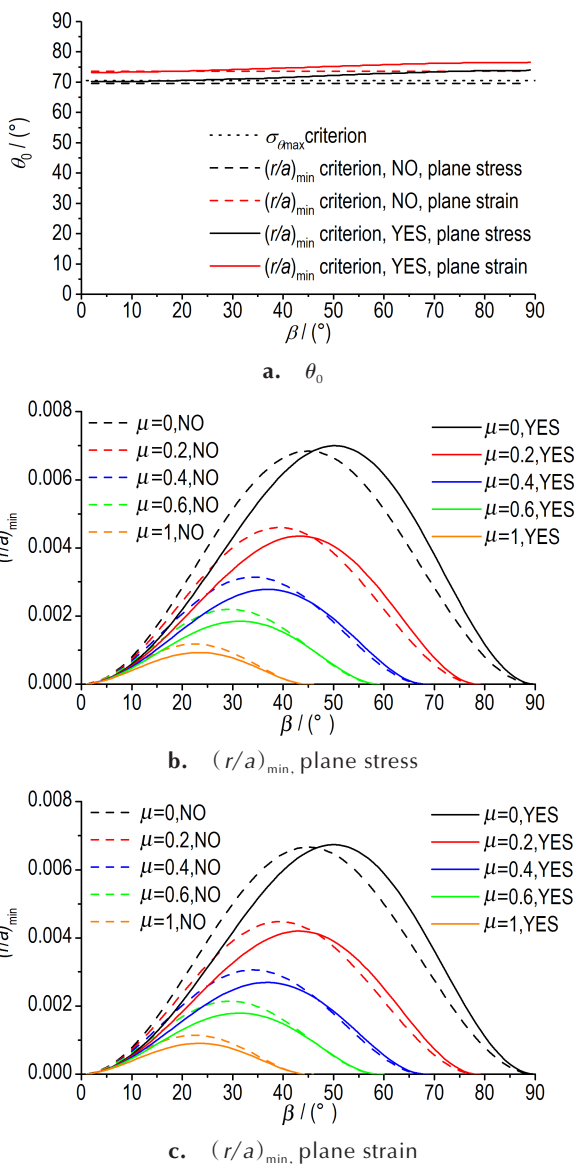


图 7 起裂角度和最小失效区半径随 β 变化曲线

Fig. 7 Fracture angle and minimum failure zone radius variation curves with β

时候更加明显;计算表明,摩擦系数不影响压缩纯 II 型裂纹起裂角,仅在裂纹倾角 $\beta > \text{arccot}(\mu)$ 下,摩擦效应使纯 II 型裂纹应力强度因子为零,不产生裂尖失效区,裂纹压缩闭合“锁死”不发生起裂。

图 7b 和图 7c 给出了不同摩擦系数 μ 下最小失效区半径随 β 的变化情况。随着摩擦系数的增大,最小失效区半径越来越小,纯 II 型愈加不易起裂;最小失效区半径 $(r/a)_{\min}$ 随裂纹倾角变化存在极大值,说明存在最危险裂纹倾角 β_0 ,而且 T 应力使危险裂纹倾角 β_0 增大。

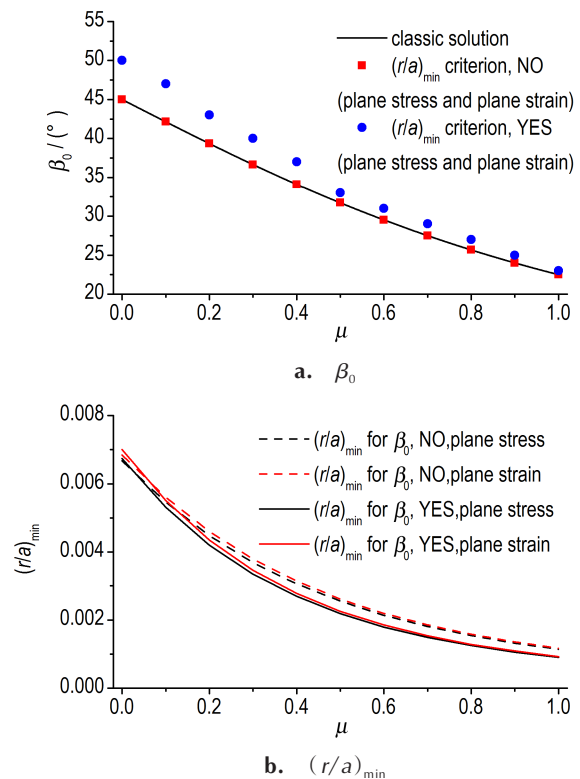


图 8 危险裂纹倾角 β_0 和 $(r/a)_{\min}$ 随摩擦系数变化曲线

Fig.8 Danger crack angles β_0 and $(r/a)_{\min}$ variation curves with friction coefficient μ

进一步统计图7中不同摩擦系数下的 $(r/a)_{\min}$ 的极大值点,即危险裂纹倾角 β_0 和对应的最小失效区半径 $(r/a)_{\min}$ 极值点,结果如图8所示。经典理论认为^[1],对于远场压缩下无限大平板中心贯穿斜裂纹模型,最危险裂纹倾角 $\beta_0=0.5\text{arccot}(\mu)$,不考虑 T 应力的 $(r/a)_{\min}$ 准则计算出的危险裂纹倾角 β_0 与经典理论解一致, T 应力和摩擦效应均使危险裂纹倾角 β_0 显著增大,随着摩擦系数的增大, T 应力对裂纹倾角 β_0 增大效果越来越不明显。 T 应力减小了失效区最小半径,裂纹相对不易起裂。

4 结论

以含中心贯穿斜裂纹无限大平板为模型,基于引入 T 应力的裂纹尖端应力场和Drucker-Prager强度准则,建立了考虑 T 应力的PBX裂纹尖端失效区理论模型,计算 T 应力对PBX裂纹尖端失效区的形状和大小的影响,基于裂纹尖端失效区最小半径起裂准则,分析了 T 应力对裂纹起裂行为的影响。

(1)远场拉伸下,裂纹倾角 β 减小过程中($90^\circ \rightarrow 0^\circ$),裂纹由纯I型转变为I-II复合型,并趋向于II型裂纹,裂尖失效区尺寸显著减小。当 $\beta=45^\circ$ 时, T 应力恒为零不影响失效区大小和形状;当 $\beta<45^\circ$ 时, T 应力导致失效区显著增大;当 $\beta>45^\circ$ 时, T 应力导致失效区显著减小。

(2)远场拉伸下,考虑 T 应力的 $(r/a)_{\min}$ 准则与传统 $\sigma_{\theta\max}$ 准则对PBX裂纹起裂行为的描述有显著区别。随着拉压比的增大, $(r/a)_{\min}$ 准则确定出的起裂角明显增大,失效区最小半径明显减小,裂纹不易起裂。 T 应力使起裂角减小。 $\beta<45^\circ$ 时, T 应力使裂纹容易发生起裂。 $\beta>45^\circ$ 时, T 应力使裂纹不易起裂。

(3)远场压缩下,对于 $\beta=22.5^\circ$, T 应力使裂纹尖端失效区明显减小。随着摩擦系数的增大,裂纹尖端失效区显著减小。

(4)远场压缩下,传统 $\sigma_{\theta\max}$ 准则和 $(r/a)_{\min}$ 准则确定出起裂角分别为 70.5° 和 69.6° (平面应力)、 73.6° (平面应变)。在 $\beta<\text{arccot}(\mu)$ 范围内,裂纹面闭合摩擦不影响起裂角大小,随着 β 的增大, T 应力使起裂角不断增大。失效区最小半径随摩擦系数增大而减小,摩擦效应使裂纹不易起裂。 $(r/a)_{\min}$ 准则与传统理论计算得到的最危险裂纹倾角 β_0 一致, T 应力使危险裂纹倾角显著增大, T 应力减小了失效区最小半径,降低了起裂风险。

参考文献:

- [1] 李世愚,和泰名,尹详础,等.岩石断裂力学导论[M].合肥:中国科学技术大学出版社,2010:121-124.
LI Shi-yu, HE Tai-ming, YIN Xiang-chu, et al. Introduction of rock fracture mechanics[M]. Hefei: China University of Science and Technology Press, 2010: 121-124.
- [2] 王鹏飞,黄西成,何颖波,等.基于线性Drucker-Prager模型的PBX准静态弹塑性变形分析[J].含能材料,2015,23(5):464-471.
WANG Peng-fei, HUANG Xi-cheng, HE Ying-bo, et al. Quasi-static elastoplastic deformation analysis of PBX based on linear Drucker-Prager model[J]. Chinese Journal of Energetic Materials(Hanneng Cailiao), 2015, 23(5): 464-471.
- [3] 赵程,鲍冲,松田浩,等.数字图像技术在节理岩体裂纹扩展试验中的应用研究[J].岩土工程学报,2015,37(5):944-951.
ZHAO Cheng, BAO Chong, Matsuda H, et al. Application of digital image correlation method in experimental research on crack propagation of brittle rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(5): 944-951.
- [4] Liu C, Thompson D G. Crack initiation and growth in PBX-9502 high explosive subject to compression[J]. Journal of Applied Mechanics, 2014, 81(10): 1-13.
- [5] 刘晨,蓝林钢,陈华,等.TATB基PBX张开型裂纹起裂及扩展行为[J].含能材料,2019,27(3):190-195.
LIU Chen, LAN Lin-gang, CHEN Hua, et al. Opening model crack initiation and propagation behavior of TATB-based PBX [J]. Chinese Journal of Energetic Materials(Hanneng Cailiao), 2019, 27(3): 190-195.
- [6] 张亚,强洪夫,杨月城.国产HTPB复合固体推进剂I-II型裂纹断裂性能实验研究[J].含能材料,2007,15(4):359-362.
ZHANG Ya, QIANG Hong-fu, YANG Yue-cheng. Fracture behavior of HTPB composite propellant in I-II mixed mode crack [J]. Chinese Journal of Energetic Materials, 2007, 15(4): 359-362.
- [7] 强洪夫,曹大志,张亚.基于统一强度理论的修正M准则及其在药柱裂纹预测中的应用[J].固体火箭技术,2008,31(4):340-343.
QIANG Hong-fu, CAO Da-zhi, ZHANG Ya. Modified M-criterion based on unified strength theory and its application to grain crack prediction[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2008, 31(4): 340-343.
- [8] 王阳,李高春,王玉峰,等.HTPB推进剂复合型裂纹尖端变形场测量及破坏模式分析[J].含能材料,2019,27(1):14-20.
WANG Yang, LI Gao-chun, WANG Yu-feng, et al. Deformation field measurement and failure model analysis of mixed mode crack tip of HTPB propellant[J]. Chinese Journal of Energetic Materials(Hanneng Cailiao), 2019, 27(1): 14-20.
- [9] 唐维,袁洪魏,温茂萍,等.TATB基PBX的准静态拉压非线性本构模型及其应用[J].含能材料,2018,26(8):701-707.
TANG Wei, YUAN Hong-wei, WEN Mao-ping, et al. Quasi-static Tension-compression Nonlinear Constitutive Model of TATB-based PBX and its Application[J]. Chinese Journal of Energetic Materials, 2018, 26(8): 701-707.
- [10] 唐维,李明,温茂萍,等.四种强度准则在高聚物粘结炸药强度分析中的适用性[J].固体力学学报,2013,34(6):550-556.
TANG Wei, LI Ming, WEN Mao-ping, et al. Adaptability of four strength criteria in polymer bonded explosives strength analysis [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2013, 34

- (6): 550-556.
- [11] 唐维, 颜熹琳, 李明, 等. 基于间接三轴拉伸破坏试验的某 TATB 基 PBX 强度准则适应性分析[J]. 含能材料, 2015, 23(6): 532-536.
TANG Wei, YAN Xi-lin, LI Ming, et al. Adaptability analysis of strength criterion on TATB based PBX by indirect triaxial tensile collapse test [J]. *Chinese Journal of Energetic Materials (Hanneng Cailiao)*, 2015, 23(6): 532-536.
- [12] 王鹏飞, 黄西成, 何颖波, 等. 热弹性环境下 HMX 基 PBX 厚壁结构件失效破坏分析[J]. 含能材料, 2016, 24(2): 129-136.
WANG Peng-fei, HUANG Xi-cheng, HE Ying-bo, et al. Failure damage analysis of HMX based PBX thick wall structure under thermoelastic environment [J]. *Chinese Journal of Energetic Materials (Hanneng Cailiao)*, 2016, 24(2): 129-136.
- [13] 董天宝, 唐维, 温茂萍, 等. 基于三种强度准则的 PBX I 型裂纹尖端失效区研究[J]. 含能材料, 2017, 25(2): 113-117.
DONG Tian-bao, TANG Wei, WEN Mao-ping, et al. Failure zone of PBX mode I crack tip based on three strength criteria [J]. *Chinese Journal of Energetic Materials (Hanneng Cailiao)*, 2017, 25(2): 113-117.
- [14] Williams M L. On the stress distribution at the base of a stationary crack [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1957, 24(1): 109-114.
- [15] Nazarali Q, Wang X. The effect of T -stress on crack-tip plastic zones under mixed-mode loading conditions [J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2011, 34(10): 792-803.
- [16] Sousa R A, Castro J T P, Lopes A A O, et al. On improved crack tip plastic zone estimates based on T -stress and on complete stress fields [J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structure*, 2012, 36(1): 25-38.
- [17] Matvienko Y G. The effect of the non-singular T -stress components on crack tip plastic zone under mode I loading [J]. *Procedia Materials Science*, 2014, 3: 141-146.
- [18] 周绍青, 郭少华, 李显方. T 应力对岩石断裂韧度及扩展路径的影响[J]. 中南大学学报, 2009, 40(3): 797-802.
ZHOU Shao-qing, GUO Shao-hua, LI Xian-fang. T -stress's impact on rock's fracture toughness and propagation path [J]. *Journal of Central South University*, 2009, 40(3): 797-802.
- [19] 唐世斌, 黄润秋, 唐春安. T 应力对岩石裂纹扩展路径及起裂强度的影响研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(6): 1521-1529.
TANG Shi-qiu, HUANG Run-qiu, TANG Chun-an. Effect of T -stress on crack growth path in rock and fracture strength [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, 37(6): 1521-1549.
- [20] 张恒. 考虑 T 应力的岩石裂纹尖端起裂特性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2016.
ZHANG Heng. The effect of T -stress on the crack initiation characteristics in rock [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2016.
- [21] Khan S M A, Khraisheh M K. A new criterion for mixed mode fracture initiation based on the crack tip plastic core region [J]. *International Journal of Plasticity*, 2004, 20(1): 55-84.
- [22] 章顺虎, 王晓南, 侯纪新, 等. MY 准则解析复合型裂尖塑性区 [J]. 应用力学学报, 2015, 32(3): 423-429.
ZHANG Shun-hu, WANG Xiao-nan, HOU Ji-xin, et al. Analysis of crack tip plastic region for mixed mode fracture with MY criterion [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2015, 32(3): 423-429.

PBX Crack Tip Failure Zone and Fracture Behavior Considering the T -stress

DONG Tian-bao, YUAN Hong-wei, ZHAO Long, TANG Wei

(Institute of Chemical Materials, CAEP, Mianyang 621999, China)

Abstract: In order to study the crack initiation characteristics of polymer bonded explosive (PBX) structures under complex stress conditions, the implicit governing equation of PBX I - II mixed mode crack failure zone was obtained. The equation considered tension-compression ratio, Poisson's ratio, hydrostatic pressure, stress state, crack surface closure friction and T -stress theoretically. The whole model was based on a infinite plate model with a central slanting crack and the crack tip stress field considering T -stress and Drucker-Prager strength criterion. By applying the minimum radius fracture criterion of crack tip failure zone, the effects of T -stress on crack tip failure zone and fracture of PBX was studied. Theoretical study indicates that, for far field tension state, T -stress leads to an increase ($0^\circ < \beta < 45^\circ$) or decrease ($45^\circ < \beta < 90^\circ$) in the crack tip failure zone and decrease of the fracture angle; for far field compression state, the crack is only in the II mode state. Due to crack closure, friction effect leads to a significant reduction of the crack tip failure zone, but does not influence the fracture angle. T -stress leads to the increase of the fracture angle and the decrease of the crack tip failure zone for compression-shear crack. Meanwhile, T -stress leads to the obvious increase of the most dangerous crack angle β_0 . Therefore, it is necessary to consider the effects of T -stress on studying the crack initiation behavior of PBX.

Key words: polymer bonded explosive (PBX); T -stress; mixed mode crack; crack tip failure zone

CLC number: TJ55; O346.1

Document code: A

DOI: 10.11943/CJEM2019133

(责编:王艳秀)